

S 95 Nr. 6

Siehe Exceldatei auf der Homepage
 "Klasse 10 | Übungen zur Vektordarstellung von Geraden"
 Aufgabe 4

a) $g \cap h$:

$$\begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -6 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 2r + 6t = 2 \\ 1r + 3t = 1 \\ -1r - 3t = 1 \end{cases} \Rightarrow \left(\begin{array}{cc|c} 2 & 6 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ -1 & -3 & 1 \end{array} \right)$$

mit GTR: $\text{rref} \left(\begin{array}{cc|c} 2 & 6 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ -1 & -3 & 1 \end{array} \right) \Rightarrow \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \Rightarrow$ Geraden schneiden sich nicht. LGS nicht lösbar.

Geraden sind parallel weil Richtungsvektoren parallel, aber nicht gleich

$$-3 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix}$$

b) $g \cap h$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 2r + 0t = 1 \\ 0r - 1t = 1 \\ 1r + 1t = 3 \end{cases} \Rightarrow \left(\begin{array}{cc|c} 2 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{array} \right)$$

mit GTR: $\text{rref} \left(\begin{array}{cc|c} 2 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{array} \right) \Rightarrow \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \Rightarrow$ LGS nicht lösbar.
 $\Rightarrow g$ und h schneiden sich nicht.

Richtungsvektoren sind nicht parallel

weil $d \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \Rightarrow$ Geraden sind windschief

c) $g \cap h = \{S\}$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{GTR: } \text{rref} \left(\begin{array}{cc|c} 1 & -2 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 3 \end{array} \right) \Rightarrow \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \Rightarrow \begin{cases} r=2 \\ t=-1 \end{cases}$$

Geraden schneiden sich im Punkt $\vec{OS} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$; S(2|1|3)

d) $g \cap h = \{A\}$

$$\begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ -15 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -0,5 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{rref} \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 0,5 & -10 \\ 2 & -1 & -20 \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \Rightarrow \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & -10 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \Rightarrow \begin{cases} r=-10 \\ t=0 \end{cases}$$

Geraden schneiden sich im Punkt

$$\vec{OA} = \begin{pmatrix} -5 \\ -15 \\ 1 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} -0,5 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ -15 \\ 1 \end{pmatrix}; \underline{\underline{A(-5|-15|1)}}$$