

S 65 Nr. 4

a)  $f(x) = x^3 - a \cdot x$  ;  $a > 0$

Nullstellen:  $f(x) = 0 = x^3 - ax = x(x^2 - a)$

$\Rightarrow \underline{x_1 = 0} \vee x^2 - a = 0 \Rightarrow \underline{x_{2,3} = \pm \sqrt{a}}$

Extrema: notw Bed.  $f'(x) = 0 = 3x^2 - a$

$\Rightarrow 3x^2 = a \Rightarrow x^2 = \frac{a}{3} \Rightarrow x_{4,5} = \pm \sqrt{\frac{a}{3}}$

hinr. Bed  $f'(x) > 0$  für  $x < -\sqrt{\frac{a}{3}}$  weil  $f'(x)$  eine nach oben geöffnete Parabel ist

$f'(x) < 0$  für  $-\sqrt{\frac{a}{3}} < x < +\sqrt{\frac{a}{3}}$

$f'(x) > 0$  für  $+\sqrt{\frac{a}{3}} < x$

$\Rightarrow$  VZW von + nach - an der Stelle  $x_4 = -\sqrt{\frac{a}{3}}$

$\Rightarrow H\left(-\sqrt{\frac{a}{3}} \mid \left(-\sqrt{\frac{a}{3}}\right)^3 + a \cdot \sqrt{\frac{a}{3}}\right)$

$H\left(-\sqrt{\frac{a}{3}} \mid -\frac{a}{3} \cdot \sqrt{\frac{a}{3}} + a \sqrt{\frac{a}{3}}\right)$

$H\left(-\sqrt{\frac{a}{3}} \mid \frac{2}{3} a \cdot \sqrt{\frac{a}{3}}\right)$

$H\left(-\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \mid \frac{2}{3} a \cdot \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\right) = \left(-\frac{\sqrt{3a}}{3} \mid \frac{2}{3} \cdot a \cdot \frac{\sqrt{a \cdot 3}}{3}\right) = \underline{\underline{\left(-\frac{\sqrt{3a}}{3} \mid \frac{2}{9} a \sqrt{3a}\right)}}$

$\Rightarrow$  VZW von - nach + an der Stelle  $x_5 = +\sqrt{\frac{a}{3}}$

$\Rightarrow T\left(+\sqrt{\frac{a}{3}} \mid \left(\sqrt{\frac{a}{3}}\right)^3 - a \sqrt{\frac{a}{3}}\right) = \left(\frac{\sqrt{a} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} \mid \frac{a}{3} \cdot \sqrt{\frac{a}{3}} - a \sqrt{\frac{a}{3}}\right)$

$T\left(\frac{\sqrt{3a}}{3} \mid -\frac{2}{3} a \cdot \sqrt{\frac{a}{3}}\right) = \left(\frac{\sqrt{3a}}{3} \mid -\frac{2}{3} a \cdot \frac{\sqrt{a} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}\right) = \underline{\underline{\left(\frac{\sqrt{3a}}{3} \mid -\frac{2}{9} a \sqrt{3a}\right)}}$