S 53 Nr. 4

a) $f(x) = -x^2+3$, $f'(x) = -2x$

Nullstelle der Ableitung ⇒ Nur an dieser Stelle kann die Ableitungsfunktion das Vorzeichen wechseln.

$f'(x) = -2x = 0 \Rightarrow x_N = 0$

$f'(-1) = -2\cdot(-1) = +2 > 0 \Rightarrow$ f ist streng monoton wachsend im Intervall $(-\infty; 0]$

$f'(1) = -2\cdot 1 = -2 < 0 \Rightarrow$ f ist streng monoton fallend im Intervall $[0; \infty)$

---

b) $f(x) = x^4 - 2x^2$; $f'(x) = 4x^3 - 4x$

Nullstellen der Ableitungsfunktion:

$f'(x) = 4x^3 - 4x = x\cdot(4x^2-4) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$

$\vee\ 4x^2 - 4 = 0 \Rightarrow 4x^2 = 4 \Rightarrow x_{2,3} = \pm 1$

Im Intervall $(-\infty; -1]$ ist $f'(-2) = -2\cdot(4\cdot(-2)^2-4) < 0$

$\Rightarrow f'(x) < 0$ im Intervall $(-\infty; -1] \Rightarrow$ f ist in diesem Intervall streng monoton fallend.

$f'(-\frac{1}{2}) = \underbrace{-\frac{1}{2}}_{<0}\left(\underbrace{4\cdot(-\tfrac{1}{2})^2-4}_{<0}\right) > 0 \Rightarrow f'(x) > 0$ für $x \in [-1; 0]$

$\Rightarrow$ f ist streng monoton wachsend im Intervall $[-1; 0]$

$f'(+\frac{1}{2}) = \underbrace{\frac{1}{2}}_{>0}\cdot\left(\underbrace{4\cdot(\tfrac{1}{2})^2-4}_{<0}\right) < 0 \Rightarrow f'(x) < 0$ für $x \in [0; 1]$

$\Rightarrow$ f ist streng monoton fallend im Intervall $[0; 1]$

$f'(2) = \underbrace{2}_{>0}\cdot\left(\underbrace{4\cdot 2^2-4}_{>0}\right) > 0 \Rightarrow f'(x) > 0$ für $x \in [1; +\infty)$

$\Rightarrow$ f ist streng monoton steigend im Intervall $[1; +\infty)$