6 Schnitt von Geraden   LS 10 gelbe Ausgabe / S. 87 - 88

1. Aufgabe:

a) I $2+3t = 11-3s \Leftrightarrow 3t+3s = 9 \Leftrightarrow t+s = 3 \Leftrightarrow s = 3-t$

II $6-2t = 8 \Leftrightarrow -2t = 2 \Leftrightarrow t = -1$; in I eingesetzt: $s = 4$

Probe in III: $-5-1 \overset{?}{=} 8-16 \Leftrightarrow -6 \neq -8$; d.h. erfüllt nicht die Bedingung.

b) I $3+3t = 10-4s \Leftrightarrow 3t+4s = 13 \Leftrightarrow s = \frac{7}{4} - \frac{3}{4}t$

II $17-6t = -9+2s \Leftrightarrow -6t-2s = -26 \Leftrightarrow 3t+s = 13$

Setze I in II: $3t + \frac{7}{4} - \frac{3}{4}t = 13 \Leftrightarrow \frac{9}{4}t = \frac{45}{4} \Leftrightarrow t = 5$

$s = \frac{7}{4} - \frac{3}{4} \cdot 5 = -2$

Probe in III: $1 + 9 \cdot 5 \neq -5-2$; d.h. erfüllt nicht die Bedingung.

c) I $2+5t = 11-3s \Leftrightarrow 5t+3s = 9 \Leftrightarrow s = 3 - \frac{5}{3}t$

II $3+t = 2-2s \Leftrightarrow t = -1-2s$

Setze I in II: $t = -1-2 \cdot (3 - \frac{5}{3}t) \Leftrightarrow t = -1-6+\frac{10}{3}t \Leftrightarrow -\frac{7}{3}t = -7$

$\Leftrightarrow t = 3$; $s = 3 - \frac{5}{3} \cdot 3 = -2$

Probe in III: $17-2 \cdot 3 \overset{?}{=} 8+9 \cdot (-2) \Leftrightarrow 11 \neq -3$; d.h. erfüllt nicht die Bedingung.

d) I $1+3t = 5-s \Leftrightarrow 3t+s = 4 \Leftrightarrow s = 4-3t$

II $2-5t = -2+2s \Leftrightarrow 2s = 4-5t \Leftrightarrow s = 2 - \frac{5}{2}t$

I = II: $4-3t = 2-\frac{5}{2}t \Leftrightarrow 2 = \frac{1}{2}t \Leftrightarrow t = 4$; $s = 2 - \frac{5}{2} \cdot 4 = -8$

Probe in III: $8+3 \cdot 4 \overset{?}{=} 4-2 \cdot (-8) \Leftrightarrow 20 = 20$; d.h. erfüllt die Bedingung.

2. Aufgabe:

a) $g \cap h = \{S\}$: $\begin{pmatrix}1\\7\\9\end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix}0\\1\\2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}3\\5\\5\end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix}1\\1\\2\end{pmatrix} \Leftrightarrow s \cdot \begin{pmatrix}0\\1\\2\end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix}-1\\-1\\-2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2\\-2\\-4\end{pmatrix}$

I $-t = 2 \Leftrightarrow t = -2$

Setze I in II: $s+2 = -2 \Leftrightarrow s = -4$

Probe in III: $2 \cdot (-4) + (-2) \cdot (-2) = -8+4 = -4$; d.h. erfüllt die Bedingung

$\overrightarrow{OS} = \begin{pmatrix}1\\7\\9\end{pmatrix} + (-4) \cdot \begin{pmatrix}0\\1\\2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1+0\\7-4\\9-8\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\3\\1\end{pmatrix}$; $\underline{\underline{S(1|3|1)}}$

2. Aufgabe:

b) $g \cap h = \{S\}$: $\begin{pmatrix} 9 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \Leftrightarrow r \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ -4 \end{pmatrix}$

I $3r - s = -2 \Leftrightarrow s = 3r + 2$

I in II: $2r + (3r+2) \cdot (-1) = -2 \Leftrightarrow 2r - 3r - 2 = -2 \Leftrightarrow -r = 0 \Leftrightarrow r = 0$

$s = 2$

Probe in III: $0 \cdot 1 + 2 \cdot (-2) = -4 \Rightarrow$ erfüllt die Bedingung

$\overrightarrow{0S} = \begin{pmatrix} 9 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix}$; $S(9|0|6)$

c) $g \cap h = \{S\}$: $\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -12 \\ 5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -11 \\ 2 \end{pmatrix}$

III $s = 2$

Setze III in II: $2 \cdot (-1) - 3t = -11 \Leftrightarrow -3t = -9 \Leftrightarrow t = 3$

Probe in I: $2 \cdot 1 + 3 \cdot (-2) = 2 - 6 = -4 \Rightarrow$ erfüllt die Bedingung

$\overrightarrow{0S} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2+2 \\ -1-2 \\ 3+2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix}$; $S(4|-3|5)$

d) $g \cap h = \{S\}$: $\begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 9 \end{pmatrix} + q \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -13 \\ 9 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \Leftrightarrow q \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -16 \\ 0 \end{pmatrix}$

III $-r = 0 \Leftrightarrow r = 0$

III in II: $4q + 0 \cdot (-1) = -16 \Leftrightarrow q = -4$

Probe in I: $-4 \cdot 1 + 0 \cdot (-2) = -4 \Rightarrow$ erfüllt die Bedingung

$\overrightarrow{0S} = \begin{pmatrix} 3 \\ -13 \\ 9 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -13 \\ 9 \end{pmatrix}$; $S(3|-13|9)$

3. Aufgabe:

a) • Vergleich der Richtungsvektoren: $t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 8 \\ 7 \end{pmatrix} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \mathrm{I}\ 2t = 5 \Leftrightarrow t = \frac{5}{2} \\ \mathrm{II}\ \ t = 8 \\ \mathrm{III}\ -t = 7 \Leftrightarrow t = -7 \end{array}\right\}$ Widerspruch; d.h. die Richtungsvektoren sind keine Vielfachen

• $g \cap h$: $\begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ -22 \\ -22 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 8 \\ 7 \end{pmatrix} \Leftrightarrow t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -5 \\ -8 \\ -7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -11 \\ -22 \\ -23 \end{pmatrix}$

I $2t - 5s = -11 \Leftrightarrow t = \frac{5}{2}s - \frac{11}{2}$

I in II: $(\frac{5}{2}s - \frac{11}{2}) \cdot 1 - 8s = -22 \Leftrightarrow -\frac{11}{2}s = -\frac{33}{2} \Leftrightarrow s = 3$

$t + 3 \cdot (-8) = -22 \Leftrightarrow t = 2$

Probe in III: $2 \cdot (-1) + 3 \cdot (-7) = -2 - 21 = -23 \Rightarrow$ erfüllt die Bedingung

$\overrightarrow{0S} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5+4 \\ 0+2 \\ 1-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$; $S(9|2|-1)$

3. Aufgabe:

b) · Vergleich der Richtungsvektoren: $r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{array}{ll} \text{I} & 2r = 0 \Leftrightarrow r = 0 \\ \text{II} & 0r = 1 \Leftrightarrow ↯ \\ \text{III} & r = -1 \end{array} \Bigg\}$ die Richtungsvektoren sind Keine Vielfachen voneinander.

· $g \cap h$: $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \Leftrightarrow r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$

I $2r = 1 \Leftrightarrow r = \frac{1}{2}$

II $-t = 1 \Leftrightarrow t = -1$

Probe in III: $\frac{1}{2} \cdot 1 + (-1) \cdot 1 = \frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2} \neq 3 \Rightarrow$ erfüllt die Bedingung nicht

d.h. g und h verlaufen windschief zueinander.

c) · Vergleich der Richtungsvektoren: $s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{array}{ll} \text{I} & s = 2 \\ \text{II} & 0 = 1 \quad ↯ \\ \text{III} & s = 1 \end{array} \Bigg\}$ die Richtungsvektoren sind Keine Vielfachen voneinander.

· $g \cap h$: $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \Leftrightarrow s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$

II $-t = 1 \Leftrightarrow t = -1$

Setze II in I: $s + (-1) \cdot (-2) = 4 \Leftrightarrow s = 2$

Probe in III: $2 \cdot 1 + (-1) \cdot (-1) = 2 + 1 = 3 \Rightarrow$ erfüllt die Bedingung

$\overrightarrow{OS} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0+2 \\ 1+0 \\ 1+2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$; $S(2|1|3)$

d) · Vergleich der Richtungsvektoren: $r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0{,}5 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{array}{l} r = -0{,}5 \\ r = 0{,}5 \\ 0 = 0 \end{array} \Bigg\}$ die Richtungsvektoren sind Keine Vielfachen voneinander.

· $g \cap h$: $\begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ -15 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -0{,}5 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0{,}5 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10 \\ -20 \\ 0 \end{pmatrix}$

I $r + \frac{1}{2}s = -10 \Leftrightarrow r = -10 - \frac{1}{2}s$

I in II: $(-10 - \frac{1}{2}s) \cdot 2 - s = -20 \Leftrightarrow -20 - s - s = -20 \Leftrightarrow -2s = 0 \Leftrightarrow s = 0$

$r = -10 - \frac{1}{2} \cdot 0 = -10$

Probe in III: $(-10) \cdot 0 + 0 \cdot 0 = 0 \Rightarrow$ erfüllt die Bedingung.

$\overrightarrow{OS} = \begin{pmatrix} -5 \\ -15 \\ 1 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} -0{,}5 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ -15 \\ 1 \end{pmatrix}$; $S(-5|-15|1)$

4. Aufgabe / Test:

a) · Vergleich der Richtungsvektoren: $s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{array}{l} 0s = 2 \quad ↯ \\ s = 0 \\ s = 2 \end{array} \Bigg\}$ die Richtungsvektoren sind Keine Vielfachen voneinander.

4 Aufgabe / Test:

a) $g \cap h$: $\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix} + s\cdot\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}3\\2\\5\end{pmatrix} + t\cdot\begin{pmatrix}2\\0\\2\end{pmatrix} \Leftrightarrow s\cdot\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix} + t\cdot\begin{pmatrix}-2\\0\\-2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2\\2\\4\end{pmatrix}$

$\text{I} \quad -2t = 2 \Leftrightarrow t = -1$

$\text{II} \quad s = 2$

Probe in III: $2\cdot 1 + (-1)\cdot(-2) = 2+2 = 4 \Rightarrow$ erfüllt die Bedingung

$\overrightarrow{OS} = \begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix} + 2\cdot\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1+0\\0+2\\1+2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$; $\underline{\underline{S(1|2|3)}}$

b) · Vergleich der Richtungsvektoren: $t\cdot\begin{pmatrix}2\\0\\2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\-2\\1\end{pmatrix} \Rightarrow \left.\begin{array}{l}\text{I } 2t=1 \Leftrightarrow t=\frac{1}{2}\\ \text{II } 0t=-2 \ ↯\\ \text{III } 2t=1 \Leftrightarrow t=\frac{1}{2}\end{array}\right\}$ die Richtungsvektoren sind keine Vielfachen voneinander.

· $h \cap i$: Da h und i beide den Punkt $\underline{\underline{S(3|2|5)}}$ als Stützpunkt besitzen, ist dies der gemeinsame Schnittpunkt beider Geraden.

c) · Vergleich der Richtungsvektoren: $s\cdot\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\-2\\1\end{pmatrix} \Rightarrow \left.\begin{array}{l}0s=1 \ ↯\\ s=-2\\ s=1\end{array}\right\}$ die Richtungsvektoren sind keine Vielfachen voneinander

· $g \cap i$: $\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix} + s\cdot\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}3\\2\\5\end{pmatrix} + r\cdot\begin{pmatrix}1\\-2\\1\end{pmatrix} \Leftrightarrow s\cdot\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix} + r\cdot\begin{pmatrix}-1\\2\\-1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2\\2\\4\end{pmatrix}$

$\text{I} \quad -s = 2 \Leftrightarrow s = -2$

Setze I in II: $s + (-2)\cdot 2 = 2 \Leftrightarrow s = 6$

Probe in III: $6\cdot 1 + (-2)\cdot(-1) = 6+2 = 8 \neq 4 \Rightarrow$ erfüllt die Bedingung nicht

d.h. g und i liegen windschief zueinander

5. Aufgabe:

(1) · Vergleich der Richtungsvektoren: $t\cdot\begin{pmatrix}2\\5\\-4\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2\\0\\1\end{pmatrix} \Rightarrow \left.\begin{array}{l}\text{I } 2t=2 \Leftrightarrow t=1\\ \text{II } 5t=0 \Leftrightarrow t=0\\ \text{III } -4t=1 \Leftrightarrow t=-\frac{1}{4}\end{array}\right\}$ die Richtungsvektoren sind keine Vielfachen voneinander.

· $g \cap h$: Da g und h beide den Punkt $\underline{\underline{S(3|2|5)}}$ als Stützpunkt besitzen, ist dies der gemeinsame Schnittpunkt beider Geraden

$\Rightarrow$ **g und h schneiden sich.**

(2) · Vergleich der Richtungsvektoren: $t\cdot\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}7\\-3\\5\end{pmatrix} \Rightarrow \left.\begin{array}{l}\text{I } t=7\\ \text{II } t=-3\\ \text{III } 0t=5 \ ↯\end{array}\right\}$ die Richtungsvektoren sind keine Vielfachen voneinander.

5. Aufgabe:

(2) · $g \cap h$: $\begin{pmatrix}6\\1\\-5\end{pmatrix} + t\cdot\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}6\\1\\5\end{pmatrix} + s\cdot\begin{pmatrix}7\\-3\\5\end{pmatrix} \Leftrightarrow t\cdot\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix} + s\cdot\begin{pmatrix}-7\\3\\-5\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\0\\10\end{pmatrix}$

III $-5s = 10 \Leftrightarrow s = -2$

III in II: $t + (-2)\cdot 3 = 0 \Leftrightarrow t = 6$

Probe in I: $6\cdot 1 + (-2)\cdot(-7) = 6+14 = 20 \neq 0$ $\Rightarrow$ erfüllt die Bedingung nicht

$\Rightarrow$ g und h sind zueinander windschief.

(3) · Vergleich der Richtungsvektoren: $t\cdot\begin{pmatrix}1\\1\\2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2\\2\\4\end{pmatrix} \Leftrightarrow \left.\begin{array}{l} \text{I } t=2 \\ \text{II } t=2 \\ \text{III } 2t=4 \Leftrightarrow t=2 \end{array}\right\}$ die Richtungsvektoren sind Vielfache voneinander.

· Punktprobe mit S(3|8|4) in h: $\begin{pmatrix}2\\-3\\1\end{pmatrix} + s\cdot\begin{pmatrix}2\\2\\4\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}3\\8\\4\end{pmatrix} \Leftrightarrow s\cdot\begin{pmatrix}2\\2\\4\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\11\\3\end{pmatrix}$

$\left.\begin{array}{l} \text{I } 2s=1 \Leftrightarrow s=\frac{1}{2} \\ \text{II } 2s=11 \Leftrightarrow s=\frac{11}{2} \\ \text{III } 4s=3 \Leftrightarrow s=\frac{3}{4} \end{array}\right\}$ $S \notin h$

$\Rightarrow$ g und h sind zueinander parallel.

6. Aufgabe:

a) · Vergleich der Richtungsvektoren: $t\cdot\begin{pmatrix}1\\-1\\10\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\3\\6\end{pmatrix} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \text{I } t=1 \\ \text{II } -t=3 \Leftrightarrow t=-3 \\ \text{III } 10t=6 \Leftrightarrow t=\frac{3}{5} \end{array}\right\}$ die Richtungsvektoren sind keine Vielfachen voneinander.

· $g \cap h$: $\begin{pmatrix}1\\5\\-3\end{pmatrix} + t\cdot\begin{pmatrix}1\\-1\\10\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2\\4\\7\end{pmatrix} + s\cdot\begin{pmatrix}1\\3\\6\end{pmatrix} \Leftrightarrow t\cdot\begin{pmatrix}1\\-1\\10\end{pmatrix} + s\cdot\begin{pmatrix}-1\\-3\\-6\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\-1\\10\end{pmatrix}$

I $t - s = 1 \Leftrightarrow t = 1+s$

I in II: $(1+s)\cdot(-1) - 3s = -1 \Leftrightarrow -1-s-3s = -1 \Leftrightarrow -4s = 0 \Leftrightarrow s = 0;\ t = 1$

Probe in III: $1\cdot 10 + 0\cdot(-6) = 10$ $\Rightarrow$ erfüllt die Bedingung

$\overrightarrow{0S} = \begin{pmatrix}2\\4\\7\end{pmatrix} + 0\cdot\begin{pmatrix}1\\3\\6\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2\\4\\7\end{pmatrix}$; S(2|4|7) ist der Schnittpunkt von g und h.

b) · Vergleich der Richtungsvektoren: $t\cdot\begin{pmatrix}1\\-1\\10\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\-1\\6\end{pmatrix} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \text{I } t=1 \\ \text{II } -t=-1 \Leftrightarrow t=1 \\ \text{III } 10t=6 \Leftrightarrow t=\frac{3}{5} \end{array}\right\}$ die Richtungsvektoren sind keine Vielfachen voneinander

· $g \cap h$: $\begin{pmatrix}1\\5\\-3\end{pmatrix} + t\cdot\begin{pmatrix}1\\-1\\10\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix} + s\cdot\begin{pmatrix}1\\-1\\6\end{pmatrix} \Leftrightarrow t\cdot\begin{pmatrix}1\\-1\\10\end{pmatrix} + s\cdot\begin{pmatrix}-1\\1\\-6\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\4\\-4\end{pmatrix}$

I $t - s = 0 \Leftrightarrow t = s$

Setze I in II: $s\cdot(-1) + s = 0 \neq 4$ $\Rightarrow$ Widerspruch

d.h. g und h sind zueinander windschief.

Aufgabe 6:

c) · Vergleich der Richtungsvektoren: $t \cdot \begin{pmatrix}1\\-1\\10\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-2\\2\\-20\end{pmatrix} \Rightarrow \left.\begin{array}{ll}\text{I} & t=-2\\ \text{II} & -t=2 \Leftrightarrow t=-2\\ \text{III} & 10t=-20 \Leftrightarrow t=-2\end{array}\right\}$ die Richtungsvektoren sind Vielfache voneinander.

· Punktprobe mit $P(1|5|-3)$ in h: $\begin{pmatrix}2\\4\\7\end{pmatrix} + s\cdot\begin{pmatrix}-2\\2\\-20\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\5\\-3\end{pmatrix} \Leftrightarrow s\begin{pmatrix}-2\\2\\-20\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-1\\1\\-10\end{pmatrix}$

$$\left.\begin{array}{ll}\text{I} & -2s=-1 \Leftrightarrow s=\frac{1}{2}\\ \text{II} & 2s=1 \Leftrightarrow s=\frac{1}{2}\\ \text{III} & -20s=-10 \Leftrightarrow s=\frac{1}{2}\end{array}\right\} \underline{P \in h}$$

$\Rightarrow$ **g und h sind parallel und identisch.**

d) · Vergleich der Richtungsvektoren: $t\cdot\begin{pmatrix}1\\-1\\10\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-1\\1\\-10\end{pmatrix} \Rightarrow \left.\begin{array}{ll}\text{I} & t=-1\\ \text{II} & -t=1 \Leftrightarrow t=-1\\ \text{III} & 10t=-10 \Leftrightarrow t=-1\end{array}\right\}$ die Richtungsvektoren sind Vielfache voneinander

· Punktprobe mit $P(1|5|-3)$ in h: $\begin{pmatrix}3\\2\\1\end{pmatrix} + s\cdot\begin{pmatrix}-1\\1\\-10\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\5\\-3\end{pmatrix} \Leftrightarrow s\cdot\begin{pmatrix}-1\\1\\-10\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-2\\3\\-4\end{pmatrix}$

$$\left.\begin{array}{ll}\text{I} & -s=-2 \Leftrightarrow s=2\\ \text{II} & s=3\\ \text{III} & -10s=-4 \Leftrightarrow s=\frac{2}{5}\end{array}\right\} \underline{P \notin h}$$

$\Rightarrow$ **g und h sind parallel und verschieden.**

e) · Vergleich der Richtungsvektoren: $t\cdot\begin{pmatrix}1\\-1\\10\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}3\\1\\1\end{pmatrix} \Rightarrow \left.\begin{array}{ll}\text{I} & t=3\\ \text{II} & -t=1 \Leftrightarrow t=-1\\ \text{III} & 10t=1 \Leftrightarrow t=\frac{1}{10}\end{array}\right\}$ die Richtungsvektoren sind keine Vielfachen voneinander.

· $g \cap h$: $\begin{pmatrix}1\\5\\-3\end{pmatrix} + t\cdot\begin{pmatrix}1\\-1\\10\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-1\\-1\\35\end{pmatrix} + s\cdot\begin{pmatrix}3\\1\\1\end{pmatrix} \Leftrightarrow t\cdot\begin{pmatrix}1\\-1\\10\end{pmatrix} + s\cdot\begin{pmatrix}-3\\-1\\-1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-2\\-6\\38\end{pmatrix}$

I $t-3s=-2 \Leftrightarrow t=3s-2$

I in II einsetzen: $(3s-2)\cdot(-1)-s=-6 \Leftrightarrow -3s+2-s=-6 \Leftrightarrow -4s=-8 \Leftrightarrow s=2$
$t=4$

Probe in III: $4\cdot 10 + 2\cdot(-1) = 40-2 = 38 \Rightarrow$ erfüllt die Bedingung

$\overrightarrow{0S} = \begin{pmatrix}-1\\-1\\35\end{pmatrix} + 2\cdot\begin{pmatrix}3\\1\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-1+6\\-1+2\\35+2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}5\\1\\37\end{pmatrix}$; $\underline{\underline{S(5|1|37)}}$ ist gemeinsamer Schnittpunkt von g und h.

f) **g und h liegen zueinander windschief.**

Die Gleichung von h ist bis auf die x_3-Komponente im Stützvektor mit der Gleichung von h aus Teilaufgabe e) identisch. Man weiß also bereits, dass nur falls im Stützvektor $x_3 = 35$ gilt, sich g und h in S schneiden. Daher ist die III. Bedingung für $x_3 = 30$ nicht erfüllt.

7. Aufgabe:

a) Der Stützvektor $\vec{p} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ von g dient ebenfalls als Stützvektor von h.

Als Richtungsvektor wählt man ein beliebiges Tripel, das kein Vielfaches vom Richtungsvektor von g ist.

Bsp.: $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

b) Der Richtungsvektor $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ von g dient ebenfalls als Richtungsvektor von h.

Als Stützvektor wählt man den Ortsvektor eines beliebigen Punktes, der nicht auf g liegt.

Bsp.: $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$

c) Als Stützvektor wählt man den Ortsvektor eines beliebigen Punktes, der nicht auf g liegt. Als Richtungsvektor wählt man ein beliebiges Tripel, das kein Vielfaches vom Richtungsvektor von g ist.

Bsp.: $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

8. Aufgabe:

Koordinaten: A(2|0|0) B(2|4|0) C(0|4|0) D(0|0|0)
E(2|0|2) F(2|4|2) G(0|4|2) H(0|0|2)
P(2|2|0) R(1|4|0) S(0|1|2)

a) $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$; $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$

$g \cap h$: $\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} \Leftrightarrow t \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\text{I} \quad -2t - r = -2 \Leftrightarrow r = 2 - 2t$

Setze I in II: $2t + (2-2t) \cdot (-3) = -1 \Leftrightarrow 2t - 6 + 6t = -1 \Leftrightarrow 8t = 5 \Leftrightarrow t = \frac{5}{8}$

$r = 2 - 2 \cdot \frac{5}{8} = \frac{8}{4} - \frac{5}{4} = \frac{3}{4}$

Probe in III: $\frac{5}{8} \cdot 2 + \frac{3}{4} \cdot 2 = \frac{5}{4} + \frac{6}{4} = \frac{11}{4} = 2{,}75 \neq 2 \Rightarrow$ erfüllt die Bedingung nicht

$\Rightarrow$ g und h liegen windschief zueinander.

8. Aufgabe:

b) • sich schneidende Geraden:

(1) $g: \vec{x} = t \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$h: \vec{x} = r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix}$

$S(0|0|0) \mathrel{\hat{=}} D$

(2) $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$

$h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix}$

$S(1|2|1)$

• zueinander windschiefe Geraden:

(1) $g: \vec{x} = t \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$

(2) $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$

$h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$

9. Aufgabe:

Koordinaten: $A(3|0|0)$ $B(3|4|0)$ $C(0|0|2)$ $E(1{,}5|4|0)$ $F(0|4|1)$

a) $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$; $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1{,}5 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$

$g \cap h$: $\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1{,}5 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix} \Leftrightarrow t \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -1{,}5 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

II $4t - 4r = 0 \Leftrightarrow t = r$

II in I: $-3r - \frac{3}{2}r = -3 \Leftrightarrow -\frac{9}{2}r = -3 \Leftrightarrow r = \frac{2}{3}$; $t = \frac{2}{3}$

Probe in III: $\frac{2}{3} \cdot 1 + \frac{2}{3} \cdot 2 = \frac{6}{3} = 2 \Rightarrow$ erfüllt die Bedingung

$\vec{OS} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{2}{3} \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3-2 \\ 0+\frac{8}{3} \\ 0+\frac{2}{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{8}{3} \\ \frac{2}{3} \end{pmatrix}$; $\underline{\underline{S(1|\frac{8}{3}|\frac{2}{3})}}$

b) $\vec{OC} = \begin{pmatrix} 0-0 \\ 0-0 \\ 2-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$; $|\vec{OC}| = \sqrt{0^2+0^2+2^2} = \sqrt{4} = 2$

$\vec{OE} = \begin{pmatrix} 1{,}5-0 \\ 4-0 \\ 0-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1{,}5 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$; $|\vec{OE}| = \sqrt{(\frac{3}{2})^2 + 4^2 + 0^2} = \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{64}{4} + 0} = \frac{1}{2}\sqrt{73}$

$\underline{\underline{A_\Delta}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}\sqrt{73} \cdot 2 = \frac{1}{2}\sqrt{73}$ [FE] $\approx \underline{\underline{4{,}27}}$ [FE]

10. Aufgabe / Test:

a) • Vergleich der Richtungsvektoren: $t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 11 \end{pmatrix} \Rightarrow$

$\left.\begin{array}{l} \text{I} \quad t = 1 \\ \text{II} \quad t = 4 \\ \text{III} \quad -3t = 11 \Leftrightarrow t = -\frac{11}{3} \end{array}\right\}$ die Richtungsvektoren sind keine Vielfachen voneinander.

• $g \cap h$: $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 11 \end{pmatrix} \Leftrightarrow t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -4 \\ -11 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix}$

I $t - s = 6 \Leftrightarrow t = s + 6$

II $(s+6) \cdot 1 - 4s = 1 \Leftrightarrow s + 6 - 4s = 1 \Leftrightarrow -3s = -5 \Leftrightarrow s = \frac{5}{3}$; $t = \frac{23}{2}$

Probe in III: $\frac{23}{2} \cdot (-3) + \frac{5}{3} \cdot (-11) = -\frac{317}{6} \neq -4 \Rightarrow$ erfüllt die Bedingung nicht

10. Aufgabe / Test:

a) g und h sind zueinander windschief.

b) · Gerade h, die g schneidet: Als Stützvektor dient der Ortsvektor eines beliebigen Punktes auf g; z.B. der Stützvektor von g. Als Richtungsvektor wählt man ein Tripel, das kein Vielfaches vom Richtungsvektor von g ist.

z.B. $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$; $S(2|3|7)$

· Gerade h, die zu g windschief ist: Als Stützvektor wählt man den Ortsvektor eines beliebigen Punktes, der nicht auf g liegt. Als Richtungsvektor wäht man ein Tripel, das kein Vielfaches vom Richtungsvektor von g ist.

z.B. $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

· Gerade h, die zu g parallel und verschieden ist: Als Stützvektor wählt man den Ortsvektor eines beliebigen Punktes, der nicht auf g liegt. Als Richtungsvektor wäht man ein Tripel, das ein Vielfaches vom Richtungsvektor von g ist; z.B. den Richtungsvektor von g.

z.B. $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$

11. Aufgabe:

a) · Vergleich der Richtungsvektoren: $s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 8 \end{pmatrix} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \text{I} \;\; 2s = 1 \Leftrightarrow s = \frac{1}{2} \\ \text{II} \;\; 4s = 2 \Leftrightarrow s = \frac{1}{2} \\ \text{III} \;\; s = 8 \end{array}\right\}$ die Richtungsvektoren sind keine Vielfachen voneinander

· $g \cap h$: $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \\ 7 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 8 \end{pmatrix} \Leftrightarrow s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ -8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \\ 4 \end{pmatrix}$

I $\;2s - t = 4 \Leftrightarrow t = 2s - 4$

Setze I in II: $4s + (2s-4)\cdot(-2) = 8 \Leftrightarrow 4s - 4s + 8 = 8 \Leftrightarrow 8 = 8 \longrightarrow$ wahre Aussage

Setze I in III: $s + (2s-4)\cdot(-8) = 4 \Leftrightarrow s - 16s + 32 = 4 \Leftrightarrow -15s = -28$

$\Leftrightarrow s = \frac{28}{15}$; $t = \frac{28}{15} \cdot 2 - 4 = \frac{56-60}{15} = -\frac{4}{15}$

$\overrightarrow{0S} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \frac{28}{15} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{15} \cdot \begin{pmatrix} 15 + 56 \\ 30 + 112 \\ 45 + 28 \end{pmatrix} = \frac{1}{15} \cdot \begin{pmatrix} 71 \\ 142 \\ 73 \end{pmatrix}$; $S\left(\frac{71}{15} \middle| \frac{142}{15} \middle| \frac{73}{15}\right)$

bzw. $S\left(4\tfrac{11}{15} \middle| 9\tfrac{7}{15} \middle| 4\tfrac{13}{15}\right)$

11. Aufgabe

a) **Besonderheiten beim Lösen des LGS:**

(1) Umbennenung des Parameters in g oder h notwendig

(2) Die wahre Aussage erhält man, ohne dass man konkrete Werte für die Parameter einsetzt (dies liegt daran, dass die 1. und 2. Zeile Vielfache voneinander sind).

(3) Die Werte der Parameter sowie die Koordinaten des gemeinsamen Schnittpunktes sind wenig "geschmeidig" und aufwändiger als sonst zu berechnen.

b) · **Vergleich der Richtungsvektoren:** $s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \left.\begin{array}{l} \text{I} \quad 3s = 1 \Leftrightarrow s = \frac{1}{3} \\ \text{II} \quad 0 = 0 \\ \text{III} \quad 2s = 6 \Leftrightarrow s = 3 \end{array}\right\}$ die Richtungsvektoren sind keine Vielfachen voneinander

· **$g \cap h$:** $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix} \Leftrightarrow s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\text{II} \quad 0s + 0t \overset{!}{=} 2$ $\Rightarrow$ Widerspruch; d.h. die Geraden g und h sind zueinander windschief.

Besonderheiten beim Lösen des LGS:

(1) Umbenennung des Parameters in g oder h notwendig

(2) Das LGS liefert direkt die falsche Aussage $0s + 0t = 2$ und bestätigt somit die windschiefe Lage von g und h.

12. Aufgabe:

a) Die Aussage ist unvollständig, da zwei Geraden im Raum, deren Richtungsvektoren keine Vielfachen sind, neben der windschiefen Lage auch einen gemeinsamen Schnittpunkt S besitzen könnten.

b) Die Aussage ist richtig, wäre aber insoweit zu ergänzen, dass die beiden Geraden verschieden oder identisch sein können.
Identisch wären sie dann, wenn der Ortsvektor eines beliebigen Punktes auf g auch auf h liegt und umgekehrt.

12. Aufgabe:

c) Die Aussage ist richtig, denn wären die Richtungsvektoren Vielfache voneinander, so würde es sich um identische Geraden handeln, die unendlich viele gemeinsame Schnittpunkte besitzen.

Grundwissen Test

13. Aufgabe:

a) $2^x = 32 \Leftrightarrow 2^x = 2^5 \Leftrightarrow x = 5$

b) $3^x = 81 \Leftrightarrow 3^x = 3^4 \Leftrightarrow x = 4$

c) $10^x = 1000000 \Leftrightarrow 10^x = 10^6 \Leftrightarrow x = 6$

d) $4^{x-2} = 64 \Leftrightarrow 4^{x-2} = 4^3 \Leftrightarrow x-2 = 3 \Leftrightarrow x = 5$

e) $5^x + 8 = 633 \Leftrightarrow 5^x = 625 \Leftrightarrow 5^x = 5^4 \Leftrightarrow x = 4$

f) $7^{2x-1} = 49 \Leftrightarrow 7^{2x-1} = 7^2 \Leftrightarrow 2x-1 = 2 \Leftrightarrow 2x = 3 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$

g) $11^{x+1} + 1 = 122 \Leftrightarrow 11^{x+1} = 121 \Leftrightarrow 11^{x+1} = 11^2 \Leftrightarrow x+1 = 2 \Leftrightarrow x = 1$

h) $3 \cdot 2^x - 1 = 47 \Leftrightarrow 3 \cdot 2^x = 48 \Leftrightarrow 2^x = 16 \Leftrightarrow 2^x = 2^4 \Leftrightarrow x = 4$