

1. Aufgabe:

$$a) \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4+3 \\ -1+2 \\ 2-4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} ; b) \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3-1 \\ 2-1 \\ -2+3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$c) \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2-3+1 \\ 1-2+2 \\ -3-1-5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -9 \end{pmatrix}$$

$$d) \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4+1-3+7 \\ 4-2-5+1 \\ 2-2+1+4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$e) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0+1+0 \\ 0+0+1 \\ 2+0+0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$f) \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3+0-3 \\ -2+0+2 \\ 1+0-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

2. Aufgabe:

$$a) 7 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 14 \\ 35 \end{pmatrix} ; b) -3 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 11 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ -33 \end{pmatrix} ; c) -5 \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ -5 \\ 5 \end{pmatrix} ;$$

$$d) \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} ; e) -\frac{3}{4} \cdot \begin{pmatrix} 12 \\ 16 \\ -8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 \\ -12 \\ 6 \end{pmatrix} ; f) 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

3. Aufgabe:

$$a) \begin{pmatrix} -8 \\ 12 \\ 36 \end{pmatrix} = 4 \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 9 \end{pmatrix} ; b) \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \frac{1}{4} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 12 \\ 16 \end{pmatrix} ; c) \begin{pmatrix} 5 \\ -\frac{5}{6} \\ -\frac{1}{3} \end{pmatrix} = -\frac{1}{6} \cdot \begin{pmatrix} -30 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$$

4. Aufgabe:

$$a) 2 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} + 3 \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2-3 \\ -4+6 \\ 2-9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -7 \end{pmatrix}$$

$$b) 3 \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + 7 \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12+28 \\ 6-14 \\ -3+7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 40 \\ -8 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$c) 3 \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + 7 \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \cdot (3+7) = 10 \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 40 \\ 20 \\ -10 \end{pmatrix}$$

5. Aufgabe:

$$a) \overrightarrow{DA} = -\vec{v} ; b) \overrightarrow{AB} = \vec{u} ; c) \overrightarrow{BD} = -\vec{u} + \vec{v} ;$$

$$d) \overrightarrow{BH} = -\vec{u} + \vec{v} + \vec{w} ; e) \overrightarrow{CM} = -\frac{1}{2}\vec{u} - \frac{1}{2}\vec{v} ;$$

$$f) \overrightarrow{HM_{EE}} = \frac{1}{2}\vec{u} - \vec{v} ; g) \overrightarrow{HM_{CG}} = \vec{u} - \frac{1}{2}\vec{w}$$

### 6. Aufgabe / Test:

$$a) \frac{1}{7} \cdot \begin{pmatrix} 14 \\ 49 \\ -21 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ -7 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2-1 \\ 7-7 \\ -3+3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$b) \frac{1}{5} \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ -5 \\ 10 \end{pmatrix} - 2 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 10 \\ 11 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-4 \\ -1-15 \\ 2-18 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -16 \\ -16 \end{pmatrix}; \quad c) \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{10} \cdot \begin{pmatrix} 50 \\ 4 \\ 15 \end{pmatrix}$$

### 7. Aufgabe:

$$a) 7\vec{a} + 5\vec{a} = 12\vec{a}; \quad b) 3\vec{d} - 4\vec{e} + 7\vec{d} - 6\vec{e} = 10\vec{d} - 10\vec{e};$$

$$c) -(\vec{u} - \vec{v}) - \vec{u} = -\vec{u} + \vec{v} - \vec{u} = -2\vec{u} + \vec{v}; \quad d) 2(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{a} = 3\vec{a} + 2\vec{b};$$

$$e) -4(\vec{a} - \vec{b}) - \vec{b} + \vec{a} = -4(\vec{a} - \vec{b}) + \vec{a} - \vec{b} = (\vec{a} - \vec{b}) \cdot (-4+1) = -3\vec{a} + 3\vec{b}$$

$$f) \frac{1}{4}\vec{u} - \vec{v} + \frac{1}{2} \cdot (2\vec{v} - \frac{1}{2}\vec{u}) = \frac{1}{4}\vec{u} - \vec{v} + \vec{v} - \frac{1}{4}\vec{u} = \vec{0};$$

$$g) 6,3\vec{a} + 1,7\vec{b} - 1,3\vec{a} = 5\vec{a} + 1,7\vec{b}; \quad h) \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b} = \vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b};$$

$$i) \frac{1}{2} \cdot (\vec{u} - \vec{v}) + \frac{1}{2}\vec{u} + \frac{1}{2}\vec{v} = \frac{1}{2}\vec{u} - \frac{1}{2}\vec{v} + \frac{1}{2}\vec{u} + \frac{1}{2}\vec{v} = \vec{u}$$

### 8. Aufgabe:

$$\vec{OB} = \vec{OA} + 2 \cdot \vec{AM}$$

$$a) \vec{OB} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 4-0 \\ 8-0 \\ 1-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 16 \\ 2 \end{pmatrix}; \quad \underline{\underline{B(8|16|2)}}$$

$$b) \vec{OB} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 4-1 \\ 2-1 \\ 5+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+6 \\ 2+0 \\ -1+12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \\ 11 \end{pmatrix}; \quad \underline{\underline{B(7|2|11)}}$$

$$c) \vec{OB} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 11-1 \\ -1-3 \\ 2-6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+10 \\ 3-8 \\ 6-8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 \\ -5 \\ -2 \end{pmatrix}; \quad \underline{\underline{B(11|-5|-2)}}$$

### 9. Aufgabe:

$$a) \vec{OC} = \vec{OA} + 2\vec{AM} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 5-3 \\ 1-1 \\ 0-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3+4 \\ 2-2 \\ 3-6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}; \quad \underline{\underline{C(7|0|-3)}}$$

$$\vec{OD} = \vec{OC} - \vec{AB} = \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 8-3 \\ -5-1 \\ -3-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7-5 \\ 0-3 \\ -3+6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix}; \quad \underline{\underline{D(2|-3|3)}}$$

$$b) \vec{OC} = \vec{OA} + 2\vec{AM} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 2-1 \\ 3-1 \\ 5-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+2 \\ 1+2 \\ 1+8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 9 \end{pmatrix}; \quad \underline{\underline{C(3|3|9)}}$$

$$\vec{OB} = \vec{OC} - \vec{AD} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 9 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 6-1 \\ 3-1 \\ 1-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3-5 \\ 3-2 \\ 9+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 10 \end{pmatrix}; \quad \underline{\underline{B(-2|1|10)}}$$

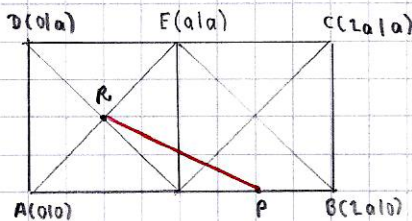
$$c) \vec{OA} = \vec{OC} + 2\vec{CM} = \begin{pmatrix} -6 \\ 9 \\ 2 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 3+6 \\ 1-9 \\ 1-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6+18 \\ 9-6 \\ 2-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \underline{\underline{A(12|3|0)}}$$

$$\vec{OB} = \vec{OA} + \vec{DC} = \begin{pmatrix} 12 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -6-0 \\ 9-1 \\ 2-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12-6 \\ 3+8 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 11 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \underline{\underline{B(6|11|0)}}$$

$$d) \vec{OA} = \vec{OC} + 2\vec{CM} = \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 1+5 \\ 1-1 \\ 1-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5+12 \\ 1-2 \\ 1-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \underline{\underline{A(7|0|0)}}$$

$$\vec{OD} = \vec{OB} + 2\vec{BM} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 1-0 \\ 1-0 \\ 1-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0+2 \\ 0+2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \underline{\underline{D(2|2|0)}}$$

### 10. Aufgabe:



$$\overrightarrow{OR} = \overrightarrow{OA} + \frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{AE} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} a-0 \\ a-0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} a \\ a \end{pmatrix}; \quad \underline{\underline{R \left( \frac{a}{2} \mid \frac{a}{2} \right)}}$$

$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + \frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 2a-0 \\ 0-0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 2a \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \underline{\underline{P \left( a \mid 0 \right)}}$$

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OR} + \frac{1}{2} \overrightarrow{RP} = \begin{pmatrix} \frac{a}{2} \\ \frac{a}{2} \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} a - \frac{a}{2} \\ 0 - \frac{a}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{a}{2} + \frac{a}{4} \\ \frac{a}{2} - \frac{a}{4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{3a}{4} \\ \frac{a}{4} \end{pmatrix}; \quad \underline{\underline{M \left( \frac{3a}{4} \mid \frac{a}{4} \right)}}$$

### 11. Aufgabe / Test:

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OP} + \frac{1}{2} \overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 5-1 \\ 15-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+2 \\ 3+6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 9 \end{pmatrix}; \quad \underline{\underline{M \left( 3 \mid 9 \right)}}$$

$$\overrightarrow{ON} = \overrightarrow{OM} + \frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{MR} = \begin{pmatrix} 3 \\ 9 \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 5-3 \\ 15-9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3+1 \\ 9+3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 12 \end{pmatrix}; \quad \underline{\underline{N \left( 4 \mid 12 \right)}}$$

### 12. Aufgabe:

$$a) \quad \overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + \frac{1}{3} \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + \frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} 21-3 \\ -17-1 \\ 15-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + \frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} 18 \\ -18 \\ 14 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3+6 \\ -1-6 \\ 1+\frac{14}{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ -7 \\ \frac{17}{3} \end{pmatrix};$$

d.h.  $\underline{\underline{P \left( 9 \mid -7 \mid \frac{17}{3} \right)}}$

$$\overrightarrow{OQ} = \overrightarrow{OA} + \frac{1}{3} \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + \frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} 18 \\ -18 \\ 14 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3+12 \\ -1-10 \\ 1+\frac{14}{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 \\ -11 \\ \frac{17}{3} \end{pmatrix}; \quad \underline{\underline{Q \left( 15 \mid -11 \mid \frac{17}{3} \right)}}$$

$$b) \quad \overrightarrow{OR} = \overrightarrow{OA} + \frac{1}{4} \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + \frac{1}{4} \cdot \begin{pmatrix} 18 \\ -18 \\ 14 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3+4,5 \\ -1-4,5 \\ 1+\frac{14}{4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7,5 \\ -5,5 \\ \frac{17}{2} \end{pmatrix}; \quad \underline{\underline{R \left( 7,5 \mid -5,5 \mid \frac{17}{2} \right)}}$$

$$\overrightarrow{OS} = \overrightarrow{OA} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 18 \\ -18 \\ 14 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3+9 \\ -1-9 \\ 1+\frac{14}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ -10 \\ 8 \end{pmatrix}; \quad \underline{\underline{S \left( 12 \mid -10 \mid 8 \right)}}$$

$$\overrightarrow{OT} = \overrightarrow{OA} + \frac{3}{4} \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + \frac{3}{4} \cdot \begin{pmatrix} 18 \\ -18 \\ 14 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3+13,5 \\ -1-13,5 \\ 1+\frac{14 \cdot 3}{4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16,5 \\ -14,5 \\ 10,75 \end{pmatrix}; \quad \underline{\underline{T \left( 16,5 \mid -14,5 \mid 10,75 \right)}}$$

### 13. Aufgabe:

$$a) \quad \vec{f} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}; \quad \vec{g} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}; \quad \vec{h} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}; \quad \vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$$

b)  $f(x) = r \cdot x + s$  beschreibt eine lineare Funktion.

c)  $f(x) = ax^2$ ; mit  $a \in \mathbb{R}$   $\vec{f} = \begin{pmatrix} a \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ ; d.h. bei Parabeln ist

die  $x_1$ - und  $x_3$ -Komponente mit 0 besetzt; es gilt also  $\underline{\underline{x_2 = x_3 = 0}}$ .

$$d) \quad f(x) = x^2 - 3x + 4 \quad f'(x) = 2x - 3 \quad \text{d.h. } \vec{f}' = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$f(x) = ax^2 + bx + c \quad f'(x) = 2ax + b \quad \text{d.h. } \vec{f}' = \begin{pmatrix} 0 \\ 2a \\ b \end{pmatrix}$$

## Grundwissen Test

### 14. Aufgabe:

- a)  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4$ ; b)  $2^{15} \cdot 2 = 2^{16}$ ; c)  $2^5 \cdot 2^8 = 2^{13}$ ; d)  $(2^3)^2 = 2^6$ ;  
e)  $2^8 : 2^5 = 2^{8-5} = 2^3$ ; f)  $8 \cdot 2^{10} = 2^3 \cdot 2^{10} = 2^{13}$ ; g)  $\frac{1}{4} \cdot 2^3 = 2^{-2} \cdot 2^3 = 2$ ;  
h)  $\frac{1}{16} \cdot 2^4 = 2^{-4} \cdot 2^4 = 2^0 = 1$ ; i)  $2^{-1} \cdot 2^3 = 2^2 = 4$ ; j)  $\frac{1}{8} = 2^{-3}$ ; k)  $1 = 2^0$ ;  
l)  $2^{-5} \cdot 2^5 = 2^0 = 1$