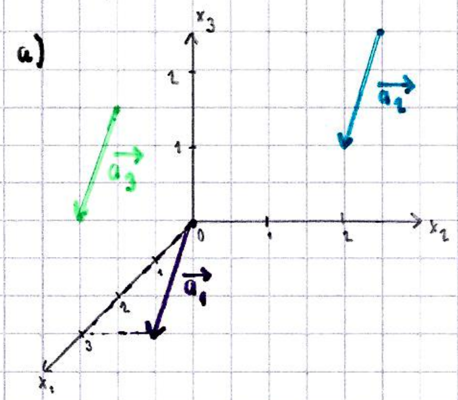
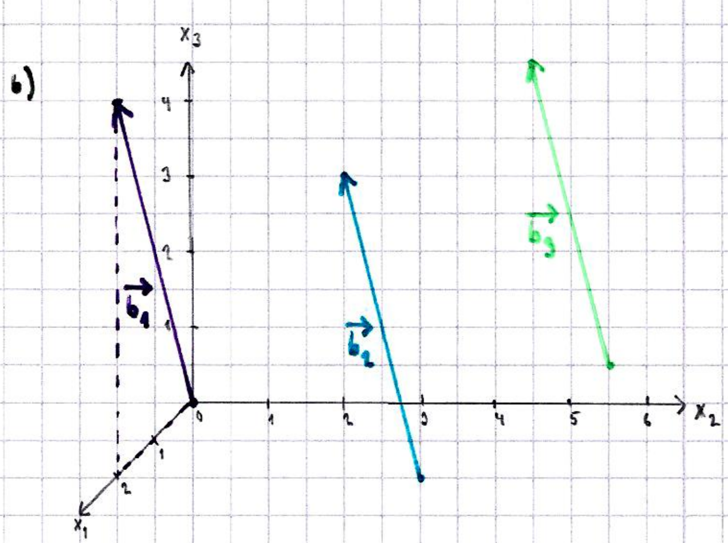
2 Vektoren   LS 10 gelbe Ausgabe I S. 73 - 74

1. Aufgabe:

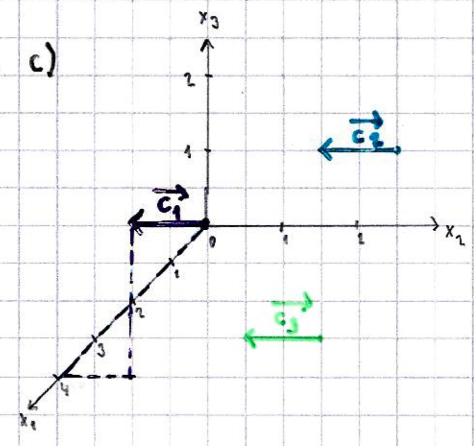
a)



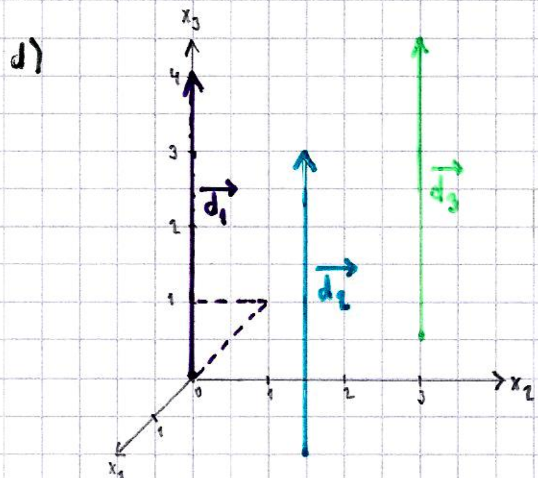
b)



c)



d)



2. Aufgabe:

$$\boxed{\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \vec{v}}$$

a) $\overrightarrow{OB} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix}$; $\underline{\underline{B(3|2|-5)}}$

b) $\overrightarrow{OB} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$; $\underline{\underline{B(2|-1|1)}}$

c) $\overrightarrow{OB} = \begin{pmatrix} 0 \\ 7 \\ -9 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 8 \\ -8 \end{pmatrix}$; $\underline{\underline{B(0|8|-8)}}$

d) $\overrightarrow{OB} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$; $\underline{\underline{B(2|1|2)}}$

3. Aufgabe:

$$\boxed{\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} b_1 - a_1 \\ b_2 - a_2 \\ b_3 - a_3 \end{pmatrix}}$$

a) $\underline{\underline{\overrightarrow{AB}}} = \begin{pmatrix} 3-1 \\ 4-0 \\ 1-1 \end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}}}$; b) $\underline{\underline{\overrightarrow{AB}}} = \begin{pmatrix} 3-4 \\ 3-2 \\ 3-0 \end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}}}$

c) $\underline{\underline{\overrightarrow{AB}}} = \begin{pmatrix} 2+1 \\ -2-2 \\ 4-3 \end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}}}$; d) $\underline{\underline{\overrightarrow{AB}}} = \begin{pmatrix} 5-4 \\ -1-2 \\ -3+1 \end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix}}}$

4. Aufgabe: $\boxed{|\vec{v}| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^3}}$

a) $\underline{\underline{|\vec{v}|}} = \sqrt{1^2+1^2+0^2} = \underline{\underline{\sqrt{2}}}$; b) $\underline{\underline{|\vec{v}|}} = \sqrt{2^2+(-1)^2+(-4)^2} = \underline{\underline{\sqrt{21}}}$;

c) $\underline{\underline{|\vec{v}|}} = \sqrt{6^2+0^2+7^2} = \underline{\underline{\sqrt{85}}}$; d) $\underline{\underline{|\vec{v}|}} = \sqrt{(-3)^2+4^2+5^2} = \sqrt{50} = \underline{\underline{5\sqrt{2}}}$

5. Aufgabe:

a) $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 3-1 \\ 0+2 \\ 1-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$; $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{2^2+2^2+(-1)^2} = \sqrt{9} = 3$

$\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 3-1 \\ 0+2 \\ 3-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$; $|\overrightarrow{AC}| = \sqrt{2^2+2^2+1^2} = \sqrt{9} = 3$

$\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 3-3 \\ 0-0 \\ 3-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$; $|\overrightarrow{BC}| = \sqrt{0^2+0^2+2^2} = \sqrt{4} = 2$

$\Rightarrow |\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}| \neq |\overrightarrow{BC}|$

d.h. das ΔABC hat zwei gleich lange Schenkel $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}|$.

b) $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 5-7 \\ -3-0 \\ -1-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix}$; $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(-2)^2+(-3)^2+(-2)^2} = \sqrt{17}$

$\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} -3-7 \\ -6-0 \\ -3-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10 \\ -6 \\ -4 \end{pmatrix}$; $|\overrightarrow{AC}| = \sqrt{(-10)^2+(-6)^2+(-4)^2} = \sqrt{152} = 2\sqrt{38}$

$\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} -3-5 \\ -6+3 \\ -3+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix}$; $|\overrightarrow{BC}| = \sqrt{(-8)^2+(-3)^2+(-2)^2} = \sqrt{77}$

$\Rightarrow |\overrightarrow{AB}| \neq |\overrightarrow{AC}| \neq |\overrightarrow{BC}|$

d.h. das ΔABC ist ein unregelmässiges Dreieck (nicht gleichschenklig).

6. Aufgabe / Test:

$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 1-2 \\ -3-5 \\ 4-6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -8 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\quad |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(-1)^2+(-8)^2+(-2)^2} = \sqrt{69}$

7. Aufgabe: $\boxed{\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} b_1-a_1 \\ b_2-a_2 \\ b_3-a_3 \end{pmatrix}}$

a) $\begin{pmatrix} 3-a_1 \\ 7-a_2 \\ 11-a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$; $\left.\begin{array}{ll} \text{I} & 3-a_1 = 2 \Leftrightarrow a_1 = 1 \\ \text{II} & 7-a_2 = -1 \Leftrightarrow a_2 = 8 \\ \text{III} & 11-a_3 = 3 \Leftrightarrow a_3 = 8 \end{array}\right\} \underline{\underline{A(1|8|8)}}$

b) $\begin{pmatrix} 5-a_1 \\ -3-a_2 \\ 3-a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$; $\left.\begin{array}{ll} \text{I} & 5-a_1 = 2 \Leftrightarrow a_1 = 3 \\ \text{II} & -3-a_2 = -1 \Leftrightarrow a_2 = -2 \\ \text{III} & 3-a_3 = 3 \Leftrightarrow a_3 = 0 \end{array}\right\} \underline{\underline{A(3|-2|0)}}$

c) $\begin{pmatrix} -17-a_1 \\ 11-a_2 \\ 31-a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$; $\left.\begin{array}{ll} \text{I} & -17-a_1 = 2 \Leftrightarrow a_1 = -19 \\ \text{II} & 11-a_2 = -1 \Leftrightarrow a_2 = 12 \\ \text{III} & 31-a_3 = 3 \Leftrightarrow a_3 = 28 \end{array}\right\} \underline{\underline{A(-19|12|28)}}$

d) $\begin{pmatrix} 2-a_1 \\ -1-a_2 \\ 3-a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$; $\left.\begin{array}{ll} \text{I} & 2-a_1 = 2 \Leftrightarrow a_1 = 0 \\ \text{II} & -1-a_2 = -1 \Leftrightarrow a_2 = 0 \\ \text{III} & 3-a_3 = 3 \Leftrightarrow a_3 = 0 \end{array}\right\} \underline{\underline{A(0|0|0)}}$

8. Aufgabe:

$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 6-3 \\ 11-4 \\ -7-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \\ -8 \end{pmatrix}$ $\quad |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{3^2+7^2+(-8)^2} = \sqrt{122}$

$\overrightarrow{DC} = \begin{pmatrix} 6-3 \\ 15-8 \\ -2-6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \\ -8 \end{pmatrix}$ $\quad |\overrightarrow{DC}| = \sqrt{3^2+7^2+(-8)^2} = \sqrt{122}$

$\overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} 3-3 \\ 8-4 \\ 6-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$ $\quad |\overrightarrow{AD}| = \sqrt{0^2+4^2+5^2} = \sqrt{41}$

$\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 6-6 \\ 15-11 \\ -2+7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$ $\quad |\overrightarrow{BC}| = \sqrt{0^2+4^2+5^2} = \sqrt{41}$

es gilt: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} = \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \\ -8 \end{pmatrix}$; $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{DC}| = \sqrt{122}$

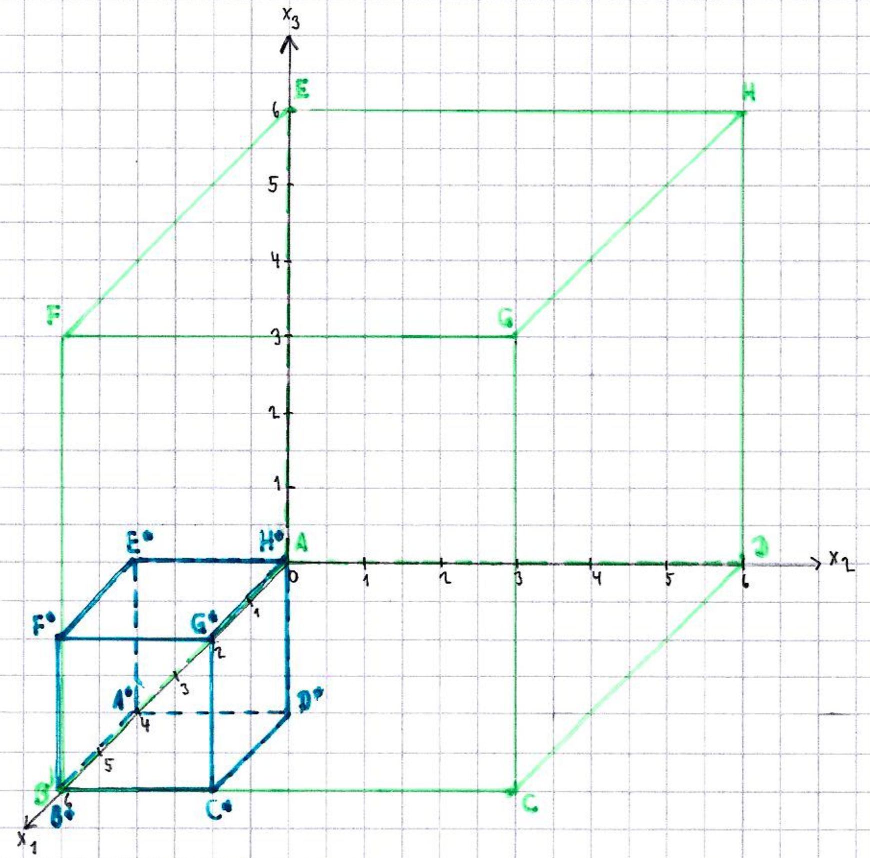
bzw. $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$; $|\overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{BC}| = \sqrt{41}$

Somit ist das Viereck ABCD ein Parallelogramm.

9. Aufgabe:

a) Koordinaten großer Würfel: A(0|0|0) B(6|0|0) C(6|6|0) D(0|6|0)
E(0|0|6) F(6|0|6) G(6|6|6) H(0|6|6)

Koordinaten kleiner Würfel: A*(4|0|0) B*(6|0|0) C*(6|2|0) D*(4|2|0)
E*(4|0|2) F*(6|0|2) G*(6|2|2) H*(16|2)



b) $\overrightarrow{v} = \overrightarrow{CE} = \begin{pmatrix} 0-6 \\ 0-6 \\ 6-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ -6 \\ 6 \end{pmatrix}$; $|\overrightarrow{v}| = \sqrt{(-6)^2+(-6)^2+6^2} = \sqrt{108} = 6\sqrt{3}$

$\overrightarrow{v^*} = \overrightarrow{C^*E^*} = \begin{pmatrix} 4-6 \\ 0-2 \\ 2-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$; $|\overrightarrow{v^*}| = \sqrt{(-2)^2+(-2)^2+2^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

10. Aufgabe:

a) Koordinaten:

$\overrightarrow{0B} = \overrightarrow{0A} + \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix}4\\2\\0\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}0\\4\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}4\\6\\0\end{pmatrix}$; $B(4|6|0)$

$\overrightarrow{0C} = \overrightarrow{0B} + \overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix}4\\6\\0\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}-4\\0\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\6\\0\end{pmatrix}$; $C(0|6|0)$

$\overrightarrow{0D} = \overrightarrow{0A} + \overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix}4\\2\\0\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}-4\\0\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\2\\0\end{pmatrix}$; $D(0|2|0)$

$\overrightarrow{0S} = \overrightarrow{0A} + \overrightarrow{AS} = \begin{pmatrix}4\\2\\0\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}-2\\2\\5\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2\\4\\5\end{pmatrix}$; $S(2|4|5)$

b) Länge der Grundkanten: $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{0^2+4^2+0^2} = \sqrt{16} = 4$

Länge der Seitenkanten: $|\overrightarrow{AS}| = \sqrt{(-2)^2+2^2+5^2} = \sqrt{33}$

c) $V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h$

$M_{AC}\left(\frac{a_1+c_1}{2} \middle| \frac{a_2+c_2}{2} \middle| \frac{a_3+c_3}{2}\right)$; $M\left(\frac{4+0}{2} \middle| \frac{2+6}{2} \middle| \frac{0+0}{2}\right) \hat{=} (2|4|0)$

$\overrightarrow{MS} = \begin{pmatrix}2-2\\4-4\\5-0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\0\\5\end{pmatrix}$ $\quad |\overrightarrow{MS}| = \sqrt{0^2+0^2+5^2} = \sqrt{25} = 5 \hat{=} h$

$V = \frac{1}{3} \cdot 4^2 \cdot 5 = \frac{80}{3} = 26\frac{2}{3}$ [VE]

11. Aufgabe / Test:

$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix}4-1\\3-2\\-1-1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}3\\1\\-2\end{pmatrix}$; $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{3^2+1^2+(-2)^2} = \sqrt{14}$

$\overrightarrow{DC} = \begin{pmatrix}6-5\\1-3\\5+3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\-2\\8\end{pmatrix}$; $|\overrightarrow{DC}| = \sqrt{1^2+(-2)^2+8^2} = \sqrt{69}$

$\overrightarrow{AB} \neq \overrightarrow{DC}$; $|\overrightarrow{AD}| \neq |\overrightarrow{DC}|$

Somit ist das Viereck ABCD kein Parallelogramm.

12. Aufgabe:

$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix}2-0\\0-1\\2-0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2\\-1\\2\end{pmatrix}$; $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{2^2+(-1)^2+2^2} = \sqrt{9} = 3$

$\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix}-1-0\\3-1\\2-0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-1\\2\\2\end{pmatrix}$; $|\overrightarrow{AC}| = \sqrt{(-1)^2+2^2+2^2} = \sqrt{9} = 3$

$\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix}-1-2\\3-0\\2-2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-3\\3\\0\end{pmatrix}$; $|\overrightarrow{BC}| = \sqrt{(-3)^2+3^2+0} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

$|\overrightarrow{AB}|^2 + |\overrightarrow{AC}|^2 = 3^2 + 3^2 = 18 = |\overrightarrow{BC}|^2 \Rightarrow$ ABC ist rechtwinklig

(Anmerkung: Nach dem Kongruenzsatz SsW muss der rechte Winkel immer der längsten Seite gegenüber liegen).

13. Aufgabe:

- Koordinaten der Bildpunkte: $\boxed{\overrightarrow{OP'} = \overrightarrow{OP} + \vec{v}}$

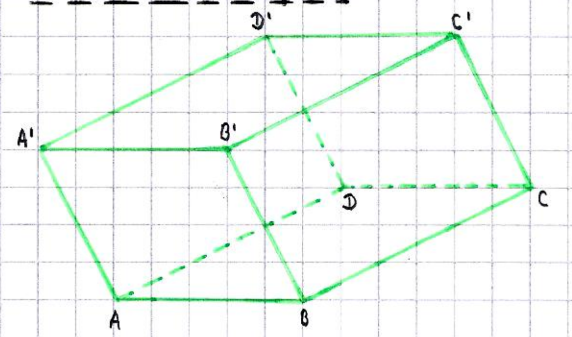
$\overrightarrow{OA'} = \begin{pmatrix}5\\2\\1\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}2\\2\\2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}7\\4\\3\end{pmatrix}$; $A'(7|4|3)$

$\overrightarrow{OB'} = \begin{pmatrix}5\\4\\1\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}2\\2\\2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}7\\6\\3\end{pmatrix}$; $B'(7|6|3)$

$\overrightarrow{OC'} = \begin{pmatrix}0\\4\\1\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}2\\2\\2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2\\6\\3\end{pmatrix}$; $C'(2|6|3)$

$\overrightarrow{OD'} = \begin{pmatrix}0\\2\\1\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}2\\2\\2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2\\4\\3\end{pmatrix}$; $D'(2|4|3)$

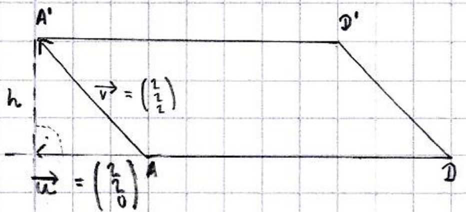
- Skizze des Körpers:



Es entsteht ein schiefes Prisma (ein sogenannter „Spat"). Als Grundfläche dient z. B. das Parallelogramm $ADD'A'$; als Höhe die Strecke $\overline{AB}$.

(Die Darstellung des Körpers hat im Kartesischen Koordinatensystem aufgrund der Parallelverschiebung entlang der 1. Raumdiagonalen den optischen Effekt einer zweidimensionalen orthogonalen Projektion)

- Berechnung des Volumens: $V = A_{Trapez} \cdot |\overrightarrow{AB}|$



$|\vec{v}| = \sqrt{2^2+2^2+2^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

$|\vec{u}| = \sqrt{2^2+2^2+0^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

$h^2 + |\vec{u}|^2 = |\vec{v}|^2$

$\Rightarrow h^2 = 12 - 8 = 4$; d.h. $h = 2$

$A_{Trapez} = |\overrightarrow{AD}| \cdot h$

$\overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix}0\\2\\1\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}5\\2\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-5\\0\\0\end{pmatrix}$; $|\overrightarrow{AD}| = \sqrt{(-5)^2+0^2+0^2} = \sqrt{25} = 5$

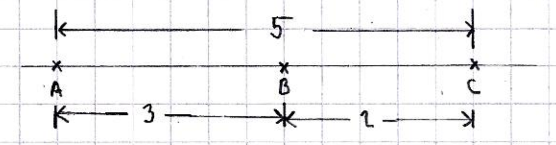
$A_{Trapez} = 5 \cdot 2 = 10$ [FE]

$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix}5-5\\4-2\\1-1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\2\\0\end{pmatrix}$ $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{0^2+2^2+0^2} = \sqrt{4} = 2$

$V = 10 \cdot 2 = 20$ [VE]

14. Aufgabe:

Skizze:



$|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AB}| + |\overrightarrow{BC}| = 3 + 2 = 5$ [LE]

Der Punkt B teilt die Strecke $\overline{AC}$ in einem Verhältnis; hier gilt:

$|\overrightarrow{AB}| : |\overrightarrow{BC}| = 3 : 2.$

Die drei Punkte A, B und C liegen auf einer Geraden.

15. Aufgabe:

a) Länge der Dreiecksseiten:

$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 5-3 \\ 5-2 \\ 7-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$; $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{2^2+3^2+6^2} = \sqrt{49} = 7$

$\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 4+3k-3 \\ 3{,}5+2k-2 \\ 4-2k-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3k+1 \\ 2k+1{,}5 \\ -2k+3 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 4+3k-5 \\ 3{,}5+2k-5 \\ 4-2k-7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3k-1 \\ 2k-1{,}5 \\ -2k-3 \end{pmatrix}$

$|\overrightarrow{AC}| = \sqrt{(3k+1)^2+(2k+\frac{3}{2})^2+(-2k+3)^2} = \sqrt{9k^2+6k+1+4k^2+6k+\frac{9}{4}+4k^2-12k+9}$

$|\overrightarrow{AC}| = \sqrt{17k^2+\frac{49}{4}}$

$|\overrightarrow{BC}| = \sqrt{(3k-1)^2+(2k-\frac{3}{2})^2+(-2k-3)^2} = \sqrt{9k^2-6k+1+4k^2-6k+\frac{9}{4}+4k^2+12k+9}$

$|\overrightarrow{BC}| = \sqrt{17k^2+\frac{49}{4}}$

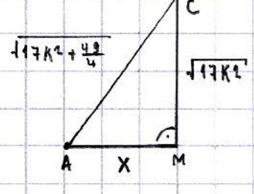
d.h. $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BC}| \neq |\overrightarrow{AB}|$; somit ist das $\triangle ABC$ gleichschenklig.

alternative Lösung:

Damit $\triangle ABC$ gleichschenklig ist, muss C auf der Mittelsenkrechten der Seite $\overline{AB}$ liegen.

$M_{AB}\left(\frac{a_1+b_1}{2} \middle| \frac{a_2+b_2}{2} \middle| \frac{a_3+b_3}{2}\right)$; $M_{AB}\left(\frac{3+5}{2} \middle| \frac{2+5}{2} \middle| \frac{1+7}{2}\right) \mathrel{\hat=} (4|3{,}5|4)$

$\overrightarrow{M_{AB}C} = \begin{pmatrix} 4+3k-4 \\ 3{,}5+2k-3{,}5 \\ 4-2k-4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3k \\ 2k \\ -2k \end{pmatrix}$ $\quad |\overrightarrow{M_{AB}C}| = \sqrt{(3k)^2+(2k)^2+(-2k)^2} = \sqrt{17}\,k$



Nach Pythagoras gilt:

$\left(\sqrt{17k^2+\frac{49}{4}}\right)^2 - \sqrt{17k^2}^{\,2} = 17k^2+\frac{49}{4}-17k^2 = \frac{49}{4} = x^2$

$\Rightarrow \quad x = \sqrt{\frac{49}{4}} = \frac{7}{2} \mathrel{\hat=} |\overrightarrow{AM}|$

d.h. C liegt auf der Mittelsenkrechten der Basis $\overline{AB}$ und somit bilden alle Punkte C für $k \neq 0$ mit den Punkten A und B gleichschenklige Dreiecke.

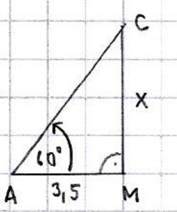
15. Aufgabe:

b) $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AB}|$: $\sqrt{17K^2 + \frac{49}{4}} = 7 \Leftrightarrow 17K^2 + \frac{49}{4} = 49 \Leftrightarrow 17K^2 = \frac{147}{4}$

$\Leftrightarrow K^2 = \frac{147}{68} \Leftrightarrow |K| = \frac{7}{2}\sqrt{\frac{3}{17}} = \frac{7}{34}\sqrt{51}$

d.h. $\underline{\underline{K_1 = -\frac{7}{34}\sqrt{51}}}$; $\underline{\underline{K_2 = \frac{7}{34}\sqrt{51}}}$

alternativer Lösungsweg: Im gleichseitigen Dreieck betragen alle Winkel $60°$



$\tan(60°) = \frac{x}{3{,}5} \Leftrightarrow x = \frac{7}{2}\sqrt{3}$

$|\overrightarrow{M_{AB}C}| = \sqrt{17}\,K$

$\sqrt{17}\,K = \frac{7}{2}\sqrt{3} \Leftrightarrow 17K^2 = \frac{147}{4} \Leftrightarrow K^2 = \frac{147}{68}$

$\Rightarrow \underline{\underline{K_1 = -\frac{7}{34}\sqrt{51}}}$; $\underline{\underline{K_2 = \frac{7}{34}\sqrt{51}}}$

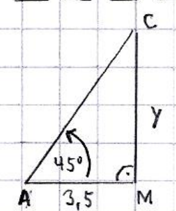
c) $|\overrightarrow{AC}|^2 + |\overrightarrow{BC}|^2 = |\overrightarrow{AB}|^2$: $17K^2 + \frac{49}{4} + 17K^2 + \frac{49}{4} = 49$

$34K^2 = \frac{49}{2} \Leftrightarrow K^2 = \frac{49}{68}$

$|K| = \frac{7}{2\sqrt{17}} = \frac{7}{34}\sqrt{17}$

d.h. $\underline{\underline{K_1 = -\frac{7}{34}\sqrt{17}}}$; $\underline{\underline{K_2 = \frac{7}{34}\sqrt{17}}}$

alternativer Lösungsweg: Im gleichschenklig-rechtwinkligen Dreieck betragen die Basiswinkel $45°$.



$\tan(45°) = \frac{y}{3{,}5} \Leftrightarrow y = 3{,}5$

$|\overrightarrow{M_{AB}C}| = \sqrt{17}\,K$

$\sqrt{17}\,K = \frac{7}{2} \Leftrightarrow 17K^2 = \frac{49}{4} \Leftrightarrow K^2 = \frac{49}{68}$

$|K| = \frac{7}{2\sqrt{17}} = \frac{7}{34}\sqrt{17}$

$\Rightarrow \underline{\underline{K_1 = -\frac{7}{34}\sqrt{17}}}$; $\underline{\underline{K_2 = \frac{7}{34}\sqrt{17}}}$

Grundwissen Test

16. Aufgabe:

a) $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

$\frac{5}{x} = 15 \quad |:5 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{x} = 3 \quad \Leftrightarrow \quad x = \frac{1}{3}$

b) $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

$\frac{2}{x-1} = 3 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{x-1}{2} = \frac{1}{3} \quad \Leftrightarrow \quad x - 1 = \frac{1}{3} \quad \Leftrightarrow \quad x = \frac{4}{3}$

c) $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{-\frac{1}{5}\}$

$\frac{6}{5x+1} - 3 = 7 \quad |+3 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{6}{5x+1} = 10 \quad |:2 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{3}{5x+1} = 5$

$\Leftrightarrow \quad \frac{5x+1}{3} = \frac{1}{5} \quad \Leftrightarrow \quad 5x + 1 = \frac{3}{5} \quad \Leftrightarrow \quad 5x = -\frac{2}{5} \quad \Leftrightarrow \quad x = -\frac{2}{25}$

d) $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{-\frac{1}{2}\}$

$\frac{3x}{2x+1} - 5 = 8 \quad |+5 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{3x}{2x+1} = 13 \quad \Leftrightarrow \quad 3x = 13 \cdot (2x+1)$

$\Leftrightarrow \quad 3x = 26x + 13 \quad \Leftrightarrow \quad 23x = -13 \quad \Leftrightarrow \quad x = -\frac{13}{23}$

e) $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{-4; 4\}$

$\frac{4}{x^2 - 4} = 16 \quad |:4 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{x^2-4} = 4 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 - 4 = \frac{1}{4} \quad \Leftrightarrow \quad x^2 = \frac{17}{4}$

$|x| = \frac{1}{2}\sqrt{17}$; d.h. $x_1 = -\frac{1}{2}\sqrt{17}$; $x_2 = \frac{1}{2}\sqrt{17}$

f) $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

$\frac{1}{x} = x \quad |\cdot x \quad \Leftrightarrow \quad x^2 = 1 \quad \Leftrightarrow \quad |x| = 1$; d.h. $x_1 = -1$; $x_2 = 1$

g) $\mathbb{D} = \mathbb{R}$

$\frac{3x}{2} = 1{,}5 \quad |\cdot 2 \quad \Leftrightarrow \quad 3x = 3 \quad \Leftrightarrow \quad x = 1$

h) $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{3\}$

$\frac{8}{x-3} + 5 = 9 \quad |-5 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{8}{x-3} = 4 \quad |:8 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{x-3} = \frac{1}{2} \quad \Leftrightarrow \quad x - 3 = 2$

$\Leftrightarrow \quad x = 5$

BRUNNEN