

1. Aufgabe:

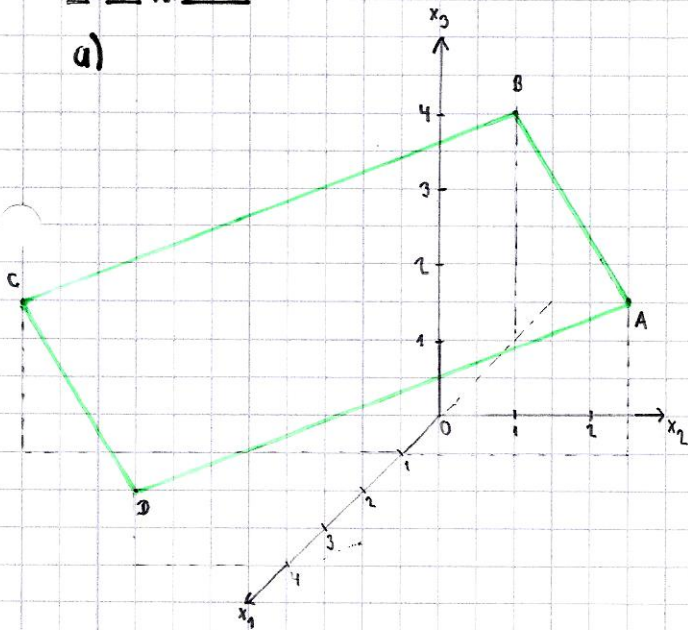
Der Quader hat folgende Maße: Länge = 3 LE | Breite = 2 LE | Höhe = 2 LE
 Entsprechend sind die Komponenten der Koordinaten anzupassen.

A (3 | 2 | -1); B (3 | 5 | -1); C (1 | 5 | -1); D (1 | 2 | -1)

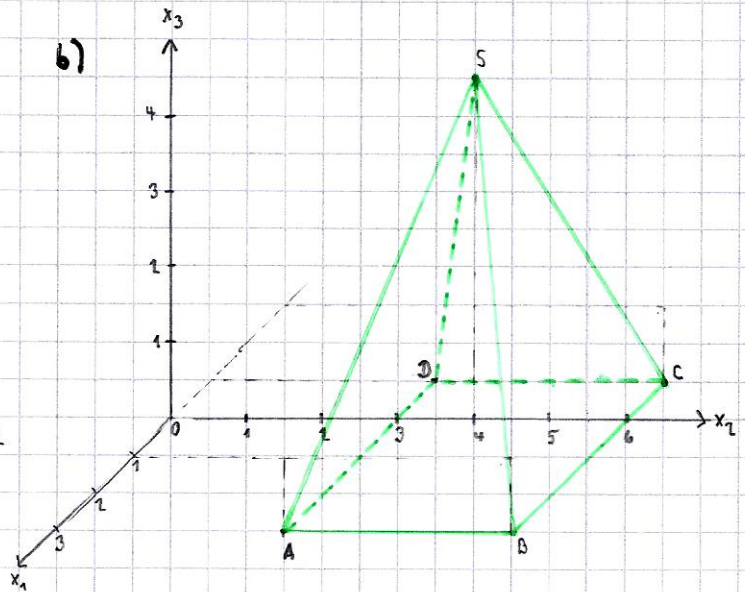
E (3 | 2 | 1); F (3 | 5 | 1); G (1 | 5 | 1); H (1 | 2 | 1)

2. Aufgabe:

a)



b)



3. Aufgabe:

Beschreibung:	liegt in der x_2, x_3 -Ebene	liegt auf der x_2 -Achse	liegt in der x_1, x_2 -Ebene	liegt auf der neg. x_3 -Achse	liegt in der x_1, x_3 -Ebene
gesuchte Koordinaten:	$(0 x_2 x_3)$	$(0 x_2 0)$	$(x_1 x_2 0)$	$(0 0 -x_3)$	$(x_1 0 x_3)$
Zuordnung:	A (0 2 -3) B (0 4 0) F (0 0 10) G (0 0 -3) J (0 0 8)	B (0 4 10) F (0 0 10)	B (0 4 10) E (3 5 10) F (0 0 10) I (-2 0 10) L (1 0 10)	G (0 0 -3)	D (4 0 5) F (0 0 10) G (0 0 -3) H (1 0 -3) I (-2 0 10) J (0 0 8) L (1 0 10)

nicht zuzuordnen sind: C (3 | 4 | -2); K (8 | -5 | 1)

4. Aufgabe:

• d.h. $x_3 = 0$: P (2 | 3 | 0); Q (4 | 4 | 0)

• d.h. $x_1 = 0$: R (0 | 3 | 1); S (0 | -2 | -1)

• d.h. $x_2 = 0$: T (2 | 0 | 2); U (3 | 0 | -1)

5. Aufgabe:

$$d = \sqrt{(b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2 + (b_3 - a_3)^2}$$

Anmerkung: Druckfehler bei dieser Formel im Merkkasten in der 1. Auflage des Buches

- a) $d(A; B) = \sqrt{(3-2)^2 + (5-3)^2 + (2-4)^2} = \sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2} = \sqrt{9} = 3$
- b) $d(A; D) = \sqrt{(10-8)^2 + (-6+3)^2 + (0-6)^2} = \sqrt{2^2 + (-3)^2 + (-6)^2} = \sqrt{49} = 7$
- c) $d(A; B) = \sqrt{(-11-1)^2 + (-2+5)^2 + (3-7)^2} = \sqrt{(-12)^2 + 3^2 + (-4)^2} = \sqrt{169} = 13$
- d) $d(A; B) = \sqrt{(3-0)^2 + (2-2)^2 + (7-4)^2} = \sqrt{3^2 + 0^2 + 3^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

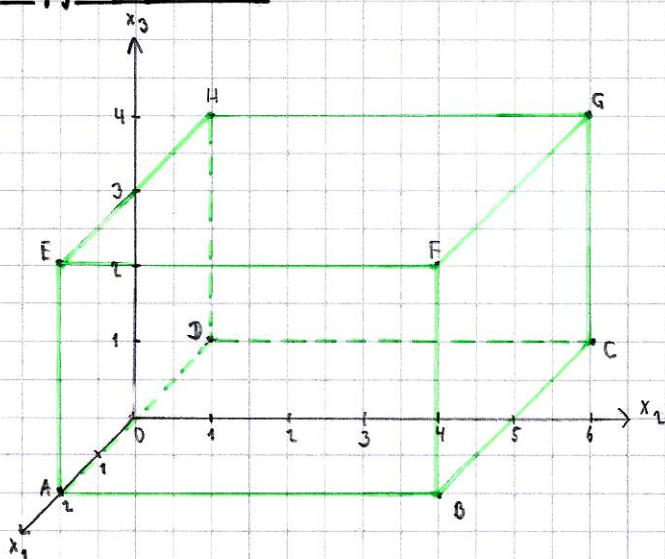
6. Aufgabe:

$$M \left(\frac{a_1+b_1}{2} \mid \frac{a_2+b_2}{2} \mid \frac{a_3+b_3}{2} \right)$$

- a) $M \left(\frac{1+7}{2} \mid \frac{1+5}{2} \mid \frac{4+8}{2} \right) \hat{=} (4 \mid 3 \mid 6)$
- b) $M \left(\frac{2+0}{2} \mid \frac{-3-5}{2} \mid \frac{2+6}{2} \right) \hat{=} (1 \mid -4 \mid 4)$
- c) $M \left(\frac{0+30}{2} \mid \frac{-3+24}{2} \mid \frac{4+6}{2} \right) \hat{=} (15 \mid 9 \mid 5)$
- d) $M \left(\frac{-5-11}{2} \mid \frac{1-2}{2} \mid \frac{14-9}{2} \right) \hat{=} (-8 \mid -0,5 \mid 6)$

7. Aufgabe / Test:

a)



b) Koordinaten:

- A(2|0|0) B(2|5|0)
 C(-2|5|0) D(-2|0|0)
 E(2|0|3) F(2|5|3)
 G(-2|5|3) H(-2|0|3)

c) $d(A; C) = \sqrt{(-2-2)^2 + (5-0)^2 + (0-0)^2}$
 $= \sqrt{(-4)^2 + 5^2 + 0^2} = \sqrt{41} \text{ [LE]}$
 $M \left(\frac{2-2}{2} \mid \frac{0+5}{2} \mid \frac{0+0}{2} \right) \hat{=} (0 \mid 2,5 \mid 0)$

8. Aufgabe:

Koordinaten: A(1|1|1) B(1|4|1) C(-2|4|1) D(-2|1|1)
 E(1|1|4) F(1|4|4) G(-2|4|4) H(-2|1|4)

- a) $\underline{I} \left(\frac{1+1}{2} \mid \frac{1+4}{2} \mid \frac{1+1}{2} \right) \hat{=} (1 \mid 2,5 \mid 1)$; $\underline{J} \left(\frac{-2-2}{2} \mid \frac{4+4}{2} \mid \frac{1+1}{2} \right) \hat{=} (-2 \mid 4 \mid 1,5)$
 $\underline{K} \left(\frac{-2-2}{2} \mid \frac{4+4}{2} \mid \frac{4+4}{2} \right) \hat{=} (-2 \mid 4 \mid 4)$
- b) $M \hat{=} \text{Mittelpunkt von } \overline{BG} : M \left(\frac{1-2}{2} \mid \frac{4+4}{2} \mid \frac{1+4}{2} \right) \hat{=} (-0,5 \mid 4 \mid 2,5)$
 $L \hat{=} \text{Mittelpunkt von } \overline{FH} : L \left(\frac{1-2}{2} \mid \frac{4+1}{2} \mid \frac{4+4}{2} \right) \hat{=} (-0,5 \mid 2,5 \mid 4)$

9. Aufgabe:

a) Koordinaten: $A(1|1|0)$ $B(1|5|0)$ $C(-3|5|0)$ $D(-3|1|0)$

$$M_{AC} \left(\frac{1-3}{2} \mid \frac{1+5}{2} \mid \frac{0+0}{2} \right) \hat{=} (-1|3|0); \text{ d.h. } S(-1|3|4)$$

b) Länge AB: $a = \sqrt{(1-1)^2 + (5-1)^2 + (0-0)^2} = \sqrt{0+16+0} = \underline{\underline{4 \text{ [cm]}}}$

Länge BC: $b = \sqrt{(-3-1)^2 + (5-5)^2 + (0-0)^2} = \sqrt{16+0+0} = \underline{\underline{4 \text{ [cm]}}}$

Da die Grundfläche ABCD ein Quadrat ist, ist diese Rechnung an sich hinfällig, da laut Aufgabentext gilt: $a = b$

Länge CS: $s = \sqrt{(-1+3)^2 + (3-5)^2 + (4-0)^2} = \sqrt{4+4+16} = \sqrt{24} = \underline{\underline{2\sqrt{6} \text{ [cm]}}}$

c) $V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h = \frac{1}{3} \cdot (4 \text{ cm})^2 \cdot 4 \text{ cm} = \frac{64}{3} \text{ cm}^3 = \underline{\underline{21 \frac{1}{3} \text{ cm}^3}}$

$$0 = G + 4 \cdot A_D$$

Berechnung des Inhalts eines Seitendreiecks: $A_D = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a$

$$M_{AD} \left(\frac{1+1}{2} \mid \frac{1+5}{2} \mid \frac{0+0}{2} \right) \hat{=} (1|3|0)$$

$$d(M_{AD}; S) = \sqrt{(-1-1)^2 + (3-3)^2 + (4-0)^2} = \sqrt{4+0+16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \hat{=} h_a$$

$$A_D = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2\sqrt{5} = 4\sqrt{5} \text{ [cm}^2\text{]}$$

Oberflächeninhalt der Pyramide: $0 = 4^2 \text{ cm}^2 + 4 \cdot 4\sqrt{5} \text{ cm}^2$

$$\underline{\underline{0 = 16 \cdot (1 + \sqrt{5}) \text{ cm}^2 \approx 51,8 \text{ cm}^2}}$$

10. Aufgabe:

a) Kantenlänge a des Würfels:

$$a = 5 - 1 = 4 \text{ [LE]}$$

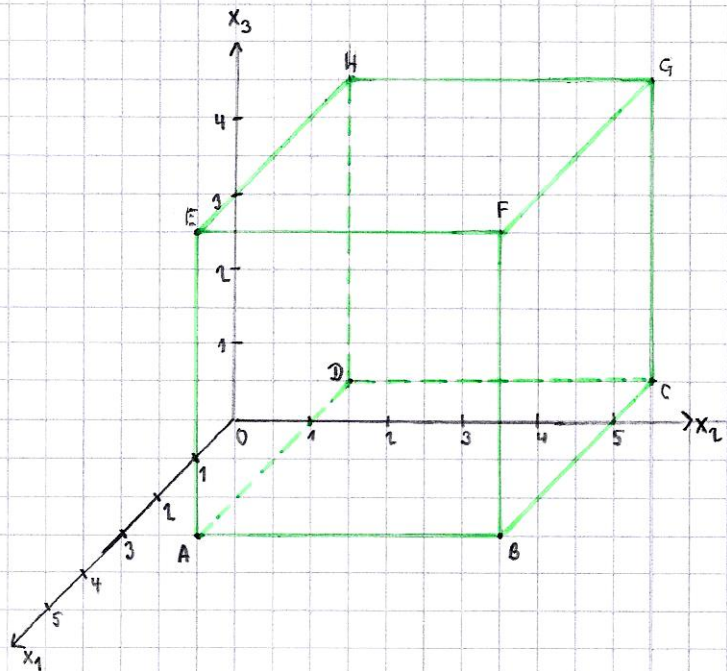
Koordinaten:

$$A(5|2|1) \quad B(5|6|1)$$

$$C(1|6|1) \quad D(1|2|1)$$

$$E(5|2|5) \quad F(5|6|5)$$

$$G(1|6|5) \quad H(1|2|5)$$



10. Aufgabe:

b) Kantenlänge des Würfels:

$$a = 2 - (-3) = 5 \text{ [LE]}$$

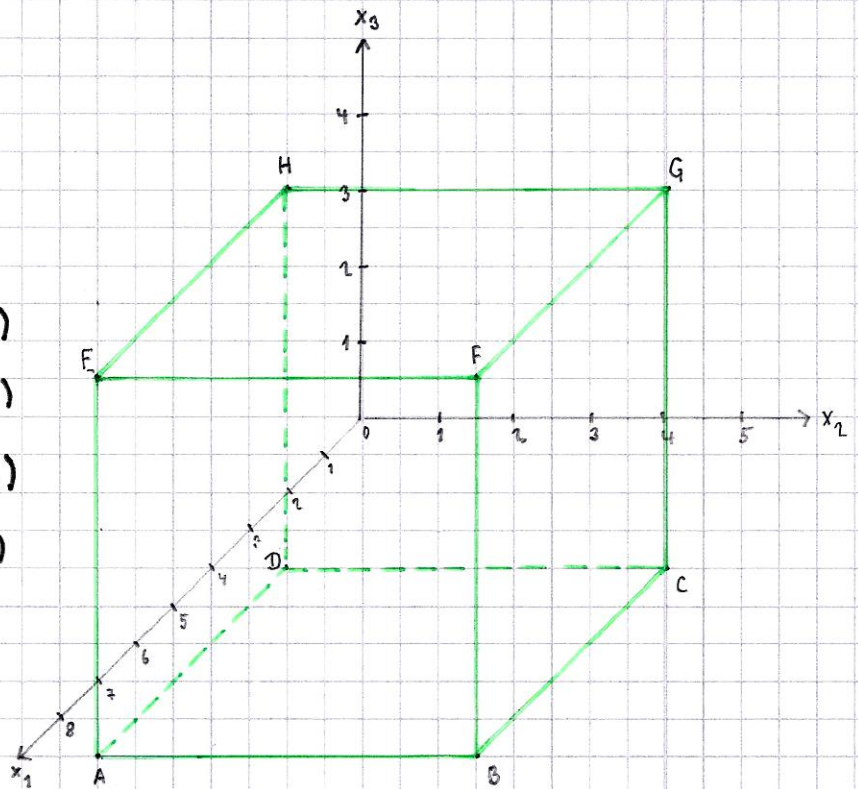
Koordinaten:

$$A(3 | -2 | -3) \quad B(3 | 3 | -3)$$

$$C(-2 | 3 | -3) \quad D(-2 | -1 | -3)$$

$$E(3 | -2 | 2) \quad F(3 | 3 | 2)$$

$$G(-2 | 3 | 2) \quad H(-2 | -1 | 2)$$



11. Aufgabe:

Punkte	a) x_1, x_2 -Ebene d.h. Vorzeichenwechsel bei der x_3 -Komponenten	b) x_2, x_3 -Ebene d.h. Vorzeichenwechsel bei der x_1 -Komponenten	c) x_1, x_3 -Ebene d.h. Vorzeichenwechsel bei der x_2 -Komponenten
A(2 0 10)	A'(2 0 <u>10</u>)	A'(<u>-2</u> 0 10)	A'(2 0 10)
B(-1 2 -1)	B'(-1 2 <u>1</u>)	B'(<u>1</u> 2 -1)	B'(-1 <u>-2</u> -1)
C(-2 3 4)	C'(-2 3 <u>-4</u>)	C'(<u>2</u> 3 4)	C'(-2 -3 4)
D(3 4 -2)	D'(3 4 <u>2</u>)	D'(<u>-3</u> 4 -2)	D'(3 <u>-4</u> -2)

12. Aufgabe / Test:

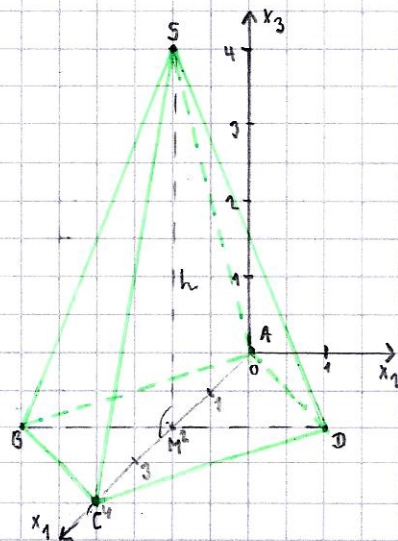
a) Koordinaten:

$$A(0 | 0 | 10) \quad B(2 | -2 | 0)$$

$$C(4 | 0 | 10) \quad D(2 | 2 | 0)$$

$$M\left(\frac{0+4}{2} \mid \frac{0+0}{2} \mid \frac{0+10}{2}\right)$$

$$\hat{=} (2 | 0 | 10); \text{ d.h. } S(2 | 0 | 15)$$



$$b) V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h$$

$$d(A; B) = \sqrt{(2-0)^2 + (-2-0)^2 + (0-10)^2}$$

$$d(A; B) = \sqrt{4+4+100} = \sqrt{108} = 2\sqrt{27}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot (2\sqrt{27})^2 \cdot 5$$

$$\underline{\underline{V = \frac{40}{3} = 13 \frac{1}{3} \text{ [VE]}}}}$$

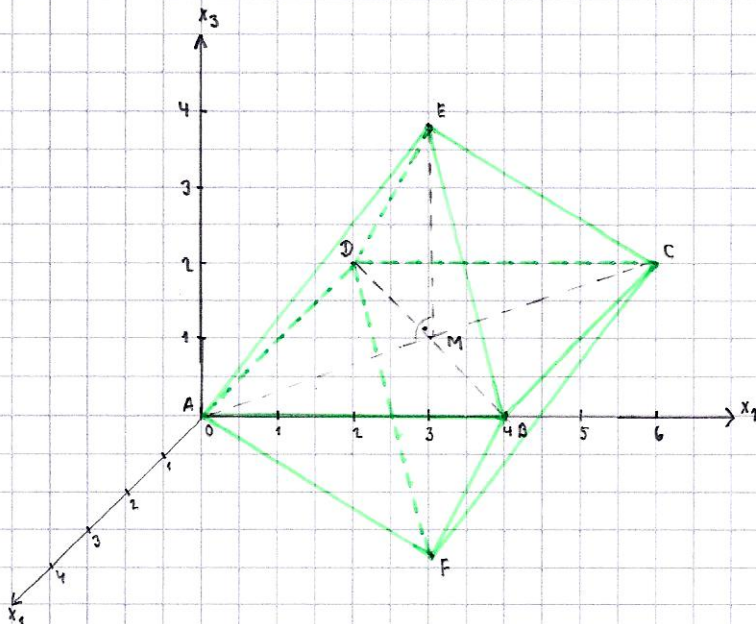
BRUNNEN

Anmerkung:

In der Lösung im Buch (S. 220) wurden die x_1 - und x_2 -Komponenten bei C(4 | 0 | 10) vertauscht, daher ist die Zeichnung falsch.

13. Aufgabe:

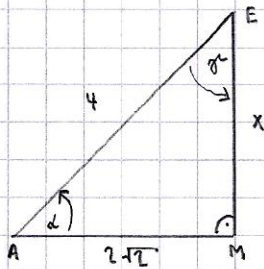
a)



M ist der Mittelpunkt der Strecke \overline{AC} bzw. \overline{BD}

$$M \left(\frac{0+6}{2} \mid \frac{0+4}{2} \mid \frac{0+0}{2} \right) ; \underline{\underline{M(-2 \mid 2 \mid 0)}}$$

b)



$$d(A; E) = d(A; B) = \sqrt{(0-0)^2 + (4-0)^2 + (0-0)^2} = 4$$

$$d(A; M) = \sqrt{(-2-0)^2 + (2-0)^2 + (0-0)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

Nach Pythagoras gilt: $x^2 + (2\sqrt{2})^2 = 4^2$

$$x^2 = 16 - 8 = 8$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

d.h. $\overline{AM} = \overline{EM} = 2\sqrt{2}$

oder: $\cos(\alpha) = \frac{2\sqrt{2}}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \alpha = 45^\circ$

d.h. $\gamma = 180^\circ - 45^\circ - 90^\circ = 45^\circ$

\Rightarrow AME ist ein gleichschenkelig-rechtwinkliges Dreieck mit der Basis \overline{AE} .

Somit gilt für die beiden Schenkel $\overline{AM} = \overline{EM}$.

c) $\overline{EM} = 2\sqrt{2}$ (siehe Teilaufgabe b)

d.h. $E(-2 \mid 2 \mid 2\sqrt{2})$; $F(-2 \mid 2 \mid -2\sqrt{2})$

d) $\underline{\underline{V = 1 \cdot \frac{1}{3} \cdot 4^2 \cdot 2\sqrt{2} = \frac{64}{3} \sqrt{2} \text{ [VE]} \approx 30,17 \text{ [VE]}}$

14. Aufgabe:

a) $O(0|0|0)$ ist der Mittelpunkt der Strecke $\overline{AA'}$.

$$\left. \begin{aligned} \cdot \frac{3+x_1}{2} &= 0 \iff 3+x_1=0 \iff x_1=-3 \\ \cdot \frac{2+x_2}{2} &= 0 \iff 2+x_2=0 \iff x_2=-2 \\ \cdot \frac{1+x_3}{2} &= 0 \iff 1+x_3=0 \iff x_3=-1 \end{aligned} \right\} \underline{\underline{A'(-3|-2|-1)}}$$

b) $S(1|1|1)$ ist der Mittelpunkt der Strecke $\overline{AA'}$.

$$\left. \begin{aligned} \cdot \frac{1+x_1}{2} &= 1 \iff 1+x_1=2 \iff x_1=1 \\ \cdot \frac{-3+x_2}{2} &= 2 \iff -3+x_2=4 \iff x_2=7 \\ \cdot \frac{5+x_3}{2} &= 0 \iff 5+x_3=0 \iff x_3=-5 \end{aligned} \right\} \underline{\underline{A'(1|7|-5)}}$$

Grundwissen Test

15. Aufgabe:

a) $1x^2 \cdot (3-5x) = 6x^2 - 10x^3$

b) $(2x+7) \cdot (x-8) = 2x^2 - 16x + 7x - 56 = 2x^2 - 9x - 56$

c) $(8x^2-3) \cdot (3-x) = 24x^2 - 8x^3 - 9 + 3x = -8x^3 + 24x^2 + 3x - 9$

d) $(x+2) \cdot (3x^2-x) = 3x^3 - x^2 + 6x^2 - 2x = 3x^3 + 5x^2 - 2x$

16. Aufgabe:

a) $(3+5x)^2 = 9 + 30x + 25x^2$

b) $(4x-8)^2 = 16x^2 - 64x + 64$

c) $(2x+7) \cdot (2x-7) = 4x^2 - 49$

d) $(3x^2+x)^2 = 9x^4 + 6x^3 + x^2$