S 66 Nr. 7

a) $f_u(x) = x^3 - 3x + u$; x_N sei eine Nullstelle der Funktion

Damit x-Achse berührt wird muss $f(x_N) = 0 \wedge f'(x_N) = 0$ sein.

$f_u'(x) = 0 = 3x^2 - 3 \Rightarrow 3x^2 = 3 \Rightarrow x_{N_{1,2}} = \pm\sqrt{1} = \pm 1$

$f_u(-1) = 0 = (-1)^3 - 3\cdot(-1) + u \Rightarrow \underline{\underline{u_1 = -2}}$

$f_u(+1) = 0 = 1^3 - 3\cdot 1 + u \Rightarrow \underline{\underline{u_2 = +2}}$

Für $u_1 = -2$ berührt das Schaubild von $f_{-2}(x) = x^3 - 3x - 2$ an der Stelle $x_N = -1$ die x-Achse. $\Rightarrow H(-1|0)$

An der Stelle $x = +1$ hat diese Funktion einen $T(1|-4)$

Für $u_2 = +2$ berührt der Graph von $f_2(x) = x^3 - 3x + 2$ an der Stelle $x_N = +1$ die x-Achse. $\Rightarrow T(1|0)$

An der Stelle $x = -1$ hat diese Funktion einen $H(-1|+4)$

b) $f_u(x) = x^3 - 3ux + 4$

$f_u'(x) = 3x^2 - 3u = 0 \Rightarrow 3x^2 = 3u \Rightarrow x^2 = u \Rightarrow \underline{\underline{x_{1,2} = \pm\sqrt{u}}}$

$u \geq 0$

$$f_u(-\sqrt{u}) = (-\sqrt{u})^3 - 3u\cdot(-\sqrt{u}) + 4 = 0$$

$$-u^{\frac{3}{2}} + 3u^{\frac{3}{2}} = -4$$

$$2u^{\frac{3}{2}} = -4$$

$$u^{\frac{3}{2}} = -2 \quad |\,(\ )^2$$

$$u^3 = 4$$

$$\underline{\underline{u = \sqrt[3]{4} = 2^{\frac{2}{3}}}}$$

$$f_u(\sqrt{u}) = (\sqrt{u})^3 - 3u\sqrt{u} + 4 = 0$$

$$u^{\frac{3}{2}} - 3\cdot\sqrt{u^2\cdot u} + 4 = 0$$

$$u^{\frac{3}{2}} - 3u^{\frac{3}{2}} + 4 = 0$$

$$-2u^{\frac{3}{2}} = -4$$

$$u^{\frac{3}{2}} = 2$$

$$\underline{\underline{u = 2^{\frac{2}{3}}}}$$

Für $u = 2^{\frac{2}{3}}$ berührt der Graph im $T(\sqrt{2^{\frac{2}{3}}}|0) = (2^{\frac{1}{3}}|0)$ die x-Achse. An der Stelle $x_2 = -\sqrt{2^{\frac{2}{3}}} = -2^{\frac{1}{3}}$ befindet sich ein Hochpunkt $H(-2^{\frac{1}{3}}|8)$