S 66 Nr. 6

d) $f_t(x) = x^4 - 2x^2 + t$

Schnitt mit x-Achse: $f_t(x) = 0 = x^4 - 2x^2 + t$ | Sub: $u = x^2$

$u^2 - 2u + t = 0 \Rightarrow u_{1,2} = 1 \pm \sqrt{1^2 - t} \Rightarrow$ Lösbar für $1 - t \geq 0 \Rightarrow 1 \geq t$

Rück. Sub: $x^2 = 1 - \sqrt{1-t} \quad \vee \quad x^2 = 1 + \sqrt{1-t}$

$x_{1,2} = \pm\sqrt{1 - \sqrt{1-t}} \quad \vee \quad x_{2,3} = \pm\sqrt{1 + \sqrt{1-t}}$

für $t \leq 1 \wedge 1 - \sqrt{1-t} \geq 0$
zwei weitere Lösungen

$1 - \sqrt{1-t} \geq 0 \Rightarrow 1 \geq \sqrt{1-t} \quad |()^2$

$1^2 \geq 1 - t \quad | +t-1$

$t \geq 0$

für $t \leq 1$ ist $1 + \sqrt{1-t} > 0$
$\Rightarrow$ zwei Lösungen

für $1 < t$ keine Nullstelle
für $t = 1$ zwei Nullstellen
für $0 < t < 1$ vier Nullstellen
für $0 = t$ drei Nullstelen
für $t < 0$ zwei Nullstellen

Extrema: notw. Bed $f_t'(x) = 4x^3 - 4x = 0 = x \cdot (4x^2 - 4)$

$\Rightarrow \underline{x_5 = 0} \quad \vee \quad 4x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow \underline{x_{5,6} = \pm 1}$

hinr. Bed: für $x < -1$ ist $f_t'(x) < 0$
für $-1 < x < 0$ ist $f_t'(x) > 0$
für $0 < x < 1$ ist $f_t'(x) < 0$
für $1 < x$ ist $f_t'(x) > 0$

$\Rightarrow \underline{\underline{T(-1 \mid -1+t)}}$

$\Rightarrow \underline{\underline{H(0 \mid t)}}$

$\Rightarrow \underline{\underline{T(1 \mid -1+t)}}$