S 66 Nr. 6

a) $f_t(x) = x \cdot (x-t) = x^2 - tx$

Schnitt mit x-Achse: $f_t(x) = 0 = x \cdot (x-t) \Rightarrow x_1 = 0 \vee x_2 = t$

für $t \neq 0$ zwei Schnittpunkte mit x-Achse

für $t = 0$ ein Schnittpunkt mit x-Achse

Extrema: $f_t'(x) = 2x - t = 0 \Rightarrow x_3 = +\frac{t}{2}$ notw. Bed

hinr. Bed: $f_t'(x)$ hat an der Stelle $x_3 = \frac{t}{2}$ immer einen VZW von − nach + $\Rightarrow T\left(\frac{t}{2} \middle| \left(\frac{t}{2}\right)^2 - t \cdot \frac{t}{2}\right)$

$T\left(\frac{t}{2} \middle| -\frac{t}{4}\right)$

$\Rightarrow$ für alle $t \in \mathbb{R}$ hat $f_t(x)$ einen Tiefpunkt

---

b) $f_t(x) = x + \frac{t}{x}$; $x \neq 0$

Schnitt mit x-Achse: $f_t(x) = 0 = x + \frac{t}{x} \mid \cdot x$

$\Rightarrow x^2 + t = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \pm\sqrt{-t}$ nur zu lösen wenn $t \leq 0$

Für $t < 0$ zwei Schnittpunkte $x_1 = -\sqrt{-t} \vee x_2 = +\sqrt{-t}$

für $t = 0$ ein Schnittpunkt $x_1 = 0$

Extrema: $f_t'(x) = 1 - \frac{t}{x^2} = 0$ notw. Bed $f_t'(x) = 1 \neq 0$ für $t = 0$

Für $t > 0$ $\Rightarrow$ $x^2 - t = 0 \Rightarrow x_{2,3} = \pm\sqrt{t}$

hinr. Bed: Für $x < -\sqrt{t}$ ist $f_t'(x) > 0$
Für $-\sqrt{t} < x < 0$ ist $f_t'(x) < 0$ } $H(-\sqrt{t} \mid -2\sqrt{t})$

Für $0 < x < +\sqrt{t}$ ist $f_t'(x) < 0$
Für $\sqrt{t} < x$ ist $f_t'(x) > 0$ } $T(+\sqrt{t} \mid 2\sqrt{t})$