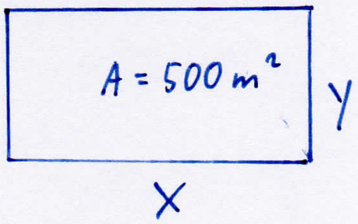
S 61 Nr 12

a)



Nebenbedingung $A = 500\,m^2 = x \cdot y$

$\Rightarrow y = \frac{500}{x}$

Zielfunktion. $U(x) = 2x + 2y = 2x + \frac{2 \cdot 500}{x}$

$\underline{\underline{U(x) = 2x + \frac{1000}{x}}}$

b) Definitionsbereich: $0 < x < 500$ $\quad \mathbb{D} = (0, 500)$

c) Gesucht Minimum von $U(x)$ $\Rightarrow$ notw Bed: $U'(x) = 0$

$U'(x) = 2 - \frac{1000}{x^2} = 0 \Rightarrow 2 = \frac{1000}{x^2} \quad | \cdot x^2$

$2x^2 = 1000 \quad | : 2$

$x^2 = 500 \quad | \sqrt{}$

$x_{1,2} = (\pm)\sqrt{500} = (\pm) 10\sqrt{5} \approx \underline{\underline{22{,}36\,m}}$

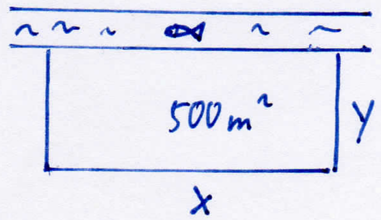
hinr. Bed $\quad U'(1) = 2 - 1000 < 0 \Rightarrow U'(x) < 0$ für $0 < x < 10\sqrt{5}$

$U'(100) = 2 - \frac{1000}{10.000} > 0 \Rightarrow U'(x) > 0$ für $10\sqrt{5} < x < 500$

$\Rightarrow$ VZW von $-$ nach $+$ $\Rightarrow T(10\sqrt{5} \mid 89{,}44)$

Wenn $x = 10\sqrt{5}\,m$ beträgt ist auch $y = 10\sqrt{5}\,m$ groß.
Der Umfang ist dann minimal und beträgt $\underline{\underline{89{,}44\,m}}$.

d)



Nebenbedingung $A = 500 = x \cdot y \Rightarrow y = \frac{500}{x}$

Zielfunktion. $U(x) = x + 2 \cdot y = x + \frac{2 \cdot 500}{x}$

$U(x) = x + \frac{1000}{x}$

Extrema not Bed. $U'(x) = 1 - \frac{1000}{x^2} = 0 \Rightarrow 1 = \frac{1000}{x^2} \Rightarrow x^2 = 1000$

$\underline{\underline{x_E}} = (\pm)\sqrt{1000} = \sqrt{100 \cdot 10} = 10\sqrt{10} \approx \underline{\underline{31{,}62\,m}} \Rightarrow \underline{\underline{y_E}} = \frac{500}{10\sqrt{10}} \approx \underline{\underline{15{,}81\,m}}$

$\underline{U(x_E)} = 10\sqrt{10} + \frac{1000}{10\sqrt{10}} \approx \underline{\underline{63{,}24\,m}}$ Minimum

Es wird am wenigsten Draht benötigt wenn $\underline{x_E = 10\sqrt{10}\,m}$ und
$\underline{\underline{y = \frac{500}{10\sqrt{10}} \approx 15{,}81\,m}}$ lang ist. Der minimale Verbrauch an Draht ist $\underline{\underline{63{,}24\,m}}$