S 60 Nr 5

a) $f(x) = 0{,}5x^2 + 2$; $g(x) = x^2 - 2x + 2$; $J = [0; 4]$

$s(x) = f(x) + g(x) = 1{,}5 \cdot x^2 - 2x + 4$

$s'(x) = 3x - 2$

Extrema: notw Bed: $s'(x) = 0 = 3 \cdot x - 2 \Rightarrow x_1 = \frac{2}{3}$

hinreichende Bed: $\left.\begin{array}{ll} s'(x) < 0 & \text{für } x < \frac{2}{3} \\ s'(x) > 0 & \text{für } \frac{2}{3} < x \end{array}\right\}$ VZW von − nach + $\Rightarrow$ $T\left(\frac{2}{3} \middle| \frac{10}{3}\right)$

$T(\approx 0{,}67 | \approx 3{,}33)$

Untersuchung auf Randextrema:

$s(0) = 4$; $s(4) = 1{,}5 \cdot 16 - 2 \cdot 4 + 4 = 20$

$\Rightarrow$ lokales und globales Minimum an der Stelle $x_1 = \frac{2}{3}$

$f\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{10}{3}$ (inneres Extremum)

Globales Maximum $f(4) = 20$ am Rand

Lokales Maximum $f(0) = 4$ am unteren Rand

---

b) $d(x) = f(x) - g(x)$, $J = [0; 4]$

$d(x) = -0{,}5x^2 + 2x$

$d'(x) = -x + 2$

Extrema. notw Bed $d'(x) = 0 = -x + 2 \Rightarrow x_1 = 2$

hinr. Bed $\left.\begin{array}{ll} d'(x) > 0 & \text{für } x < 2 \\ d'(x) < 0 & \text{für } 2 < x \end{array}\right\}$ $\Rightarrow$ VZW von + nach − $\Rightarrow$ $H(2|2)$

Untersuchung am Rand.

$d(0) = 0$, $d(4) = 0$

Globales Minimum $d(0) = d(4) = 0$ Randextrema

Globales Maximum $d(2) = 2$ inneres Extrema