

S 55 Nr 4

$$d) f(x) = x + \frac{1}{x}, \mathbb{D}_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}, f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2}, \mathbb{D}_{f'} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$\text{Extrema notw. Bed. } f'(x) = 0 = 1 - \frac{1}{x^2} \quad | \cdot x^2$$

$$0 = x^2 - 1 \Rightarrow \underline{\underline{x_{1,2} = \pm 1}}$$

hinreichende Bed

$$\text{Für } x < -1 \text{ ist } f'(-2) = 1 - \frac{1}{(-2)^2} > 0 \Rightarrow f'(x) > 0 \text{ für } x < -1$$

Ein VZW kann auch an einer Definitionslücke auftreten  
 $\Rightarrow$  Das nächste Intervall in dem das Vorzeichen der Ableitungsfunktion betrachtet werden muss ist  $J_2 = (-1; 0)$

$$f'(-\frac{1}{2}) = 1 - \frac{1}{(-\frac{1}{2})^2} = 1 - 4 = -3 < 0 \Rightarrow f'(x) < 0 \text{ für } -1 < x < 0$$

$$f'(\frac{1}{2}) = 1 - \frac{1}{(\frac{1}{2})^2} = 1 - 4 = -3 < 0 \Rightarrow f'(x) < 0 \text{ für } 0 < x < 1$$

$$f'(2) = 1 - \frac{1}{2^2} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} > 0 \Rightarrow f'(x) > 0 \text{ für } 1 < x$$

$$\Rightarrow \text{VZW von + nach - an der Stelle } x_1 = -1 \Rightarrow \underline{\underline{H(-1|2)}}$$

$$\text{VZW von - nach + an der Stelle } x_2 = +1 \Rightarrow \underline{\underline{T(1|2)}}$$

$$e) f(x) = \sqrt{x} - x, \mathbb{D}_f = [0, +\infty), f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} - 1, \mathbb{D}_{f'} = (0, +\infty)$$

$$\text{Extrema: notw. Bed. } f'(x) = 0 = \frac{1}{2\sqrt{x}} - 1 \Rightarrow 1 = \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad | \cdot 2\sqrt{x}$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{x} = 1 \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{1}{2} \quad | (\ )^2 \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = \frac{1}{4}}} \quad \text{Probe: } \frac{1}{2\sqrt{\frac{1}{4}}} - 1 = 0 \checkmark \text{ stimmt}$$

Quadrieren ist keine äquivalenz Umformung  $\Rightarrow$  Probe muss gemacht werden!

hinr. Bed

$$f'(\frac{1}{9}) = \frac{1}{2\sqrt{\frac{1}{9}}} - 1 = \frac{1}{\frac{2}{3}} - 1 = \frac{3}{2} - 1 = +\frac{1}{2} \Rightarrow f'(x) > 0 \text{ für } 0 < x < \frac{1}{4}$$

$$f'(4) = \frac{1}{2\sqrt{4}} - 1 = \frac{1}{2 \cdot 2} - 1 = -\frac{3}{4} < 0 \Rightarrow f'(x) < 0 \text{ für } \frac{1}{4} < x$$

$$\Rightarrow \text{VZW von + nach - an der Stelle } x_1 = \frac{1}{4} \Rightarrow \underline{\underline{H(\frac{1}{4}|\frac{1}{4})}}$$