

S 55 Nr. 4

a) $f(x) = x^5 + x^3$; $f'(x) = 5x^4 + 3x^2$

Extrema notw. Bed. $f'(x) = 0 = 5x^4 + 3x^2 = x^2(5x^2 + 3)$

$\Rightarrow x_1 = 0 \vee 5x^2 + 3 = 0 \Rightarrow x^2 = -\frac{5}{3} \nrightarrow$ keine Lösung

hinr. Bed:

Für $x < 0$ ist $f'(x) = \underbrace{x^2}_{>0} \cdot \underbrace{(5x^2 + 3)}_{>0} > 0$

Für $0 < x$ ist $f'(x) = \underbrace{x^2}_{>0} \cdot \underbrace{(5x^2 + 3)}_{>0} > 0$

\Rightarrow kein VZW an der Stelle $x_1 = 0 \Rightarrow$ Sattelpunkt $S(0|0)$

b) $f(x) = x^3 + x$; $f'(x) = 3x^2 + 1$

Extrema notw. Bed. $f'(x) = 0 = 3x^2 + 1 \Rightarrow 3x^2 = -1 \nrightarrow$ keine Lösung

\Rightarrow Keine Extrema oder Sattelpunkte

c) $f(x) = 0,02x^5 - 0,1x^4$; $f'(x) = 0,1x^4 - 0,4x^3$

Extrema notw. Bed. $f'(x) = 0 = 0,1x^4 - 0,4x^3 = x^3(0,1x - 0,4)$

\Rightarrow $x_1 = 0$ \vee $0,1x - 0,4 = 0 \Rightarrow x_2 = 4$

hinreichende Bed

$f'(x) = \underbrace{x^3}_{<0} \cdot \underbrace{(0,1x - 0,4)}_{<0} > 0$ für $x < 0$

Für $0 < x < 4$ ist $f'(x) = \underbrace{x^3}_{>0} \cdot \underbrace{(0,1x - 0,4)}_{<0} < 0$

Für $4 < x$ ist $f'(x) = \underbrace{x^3}_{>0} \cdot \underbrace{(0,1x - 0,4)}_{>0} > 0$

\Rightarrow VZW von + nach - an der Stelle $x_1 = 0 \Rightarrow$ $H(0|0)$

VZW von - nach + an der Stelle $x_2 = 4 \Rightarrow$ $T(4|-5,12)$