S 55 Nr. 3

e) $f(x) = -\frac{1}{4}x^4 + x^3 - 4$; $f'(x) = -x^3 + 3x^2 = x^2\cdot(-x+3)$

Notw. Bed. $f'(x) = 0 = x^2(-x+3) \Rightarrow x_1 = 0 \vee x_2 = 3$

hinreichende Bed.

Für $x < 0$ ist $f'(x) = \underbrace{x^2}_{>0}\underbrace{(-x+3)}_{>0} > 0$

Für $0 < x < 3$ ist $f'(x) = \underbrace{x^2}_{>0}\cdot\underbrace{(-x+3)}_{>0} > 0$

Für $3 < x$ ist $f'(x) = \underbrace{x^2}_{>0}\cdot\underbrace{(-x+3)}_{<0} < 0$

$\Rightarrow$ VZW von + nach − an der Stelle $x_2 = 3 \Rightarrow \underline{\underline{H(3\,|\,2{,}75)}}$

An der Stelle $x_1 = 0$ findet kein VZW statt $\Rightarrow$ Sattelpunkt

$\underline{\underline{S(0\,|\,-4)}}$

---

f) $f(x) = (x^2-1)^2 = x^4 - 2x^2 + 1$; $f'(x) = 4x^3 - 4x$

Notw. Bed: $f'(x) = 0 = 4x^3 - 4x = x\cdot(4x^2-4) \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = 0}} \vee \underline{\underline{x_{2,3} = \pm 1}}$

$= 4x\cdot(x^2-1)$

hinr. Bed:

Für $x < -1$ ist $f'(x) = \underbrace{4x}_{<0}\cdot\underbrace{(x^2-1)}_{>0} < 0$

Parabel nach oben geöffnet

Für $-1 < x < 0$ ist $f'(x) = \underbrace{4x}_{<0}\cdot\underbrace{(x^2-1)}_{<0} > 0$

Für $0 < x < 1$ ist $f'(x) = \underbrace{4x}_{>0}\cdot\underbrace{(x^2-1)}_{<0} < 0$

Für $1 < x$ ist $f'(x) = \underbrace{4x}_{>0}\cdot\underbrace{(x^2-1)}_{>0} > 0$

$\Rightarrow$ VZW von − nach + an der Stelle $x_2 = -1 \Rightarrow T(-1\,|\,0)$

VZW von + nach − an der Stelle $x_1 = 0 \Rightarrow H(0\,|\,1)$

VZW von − nach + an der Stelle $x_3 = 1 \Rightarrow T(1\,|\,0)$