S 55 Nr. 3

c) $f(x) = 3x^3$; $f'(x) = 9x^2$

Notw. Bed. $f'(x) = 0 = 9x^2 \Rightarrow x_1 = 0$

hinreichend Bed:

$f'(x) > 0$ für $x < 0$ $\wedge$ $f'(x) > 0$ für $0 < x$

$\Rightarrow$ Kein VZW von $f'(x)$ an der Stelle $x_1 = 0 \Rightarrow$

Kein Extrema an der Stelle sondern ein Sattelpunkt

$S(0|0)$

---

d) $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{4}x^3 - x^2$; $f'(x) = x^3 - \frac{3}{4}x^2 - 2x$

Notw. Bed: $f'(x) = 0 = x^3 - \frac{3}{4}x^2 - 2x = x\left(x^2 - \frac{3}{4}x - 2\right) \Rightarrow x_1 = 0$

$\vee\ x^2 - \frac{3}{4}x - 2 = 0 \Rightarrow x_{2,3} = +\frac{3}{8} \pm \sqrt{\left(\frac{3}{8}\right)^2 + 2} = \frac{3}{8} \pm \sqrt{\frac{137}{64}}$

$x_2 = \frac{3}{8} - \frac{1}{8}\sqrt{137}$ $\vee$ $x_3 = \frac{3}{8} + \frac{1}{8}\sqrt{137}$

$x_2 \approx -1{,}088$ $\vee$ $x_3 = 1{,}838$

hinr. Bed:

$f'(x) = \underbrace{x}_{<0} \cdot \underbrace{\left(x^2 - \frac{3}{4}x - 2\right)}_{>0} < 0$ für $x < x_2 \approx -1{,}088$

Parabel nach oben geöffnet
ist links von der Nullstelle >0

$f'(x) = \underbrace{x}_{<0} \cdot \underbrace{\left(x^2 - \frac{3}{4}x - 2\right)}_{<0} > 0$ für $-1{,}088 \approx x_2 < x < 0 = x_1$

Parabell nach oben geöffnet
ist zwischen den Nullstelle negativ

$f'(x) = \underbrace{x}_{>0} \cdot \underbrace{\left(x^2 - \frac{3}{4}x - 2\right)}_{<0} < 0$ für $0 < x < x_3 \approx 1{,}838$

$f'(x) = \underbrace{x}_{>0} \cdot \underbrace{\left(x^2 - \frac{3}{4}x - 2\right)}_{>0} > 0$ für $x_3 \approx 1{,}838 < x$

$\Rightarrow$ VZW von $-$ nach $+$ an der Stelle $x_2 \approx -1{,}088 \Rightarrow T(-1{,}088 | \approx -0{,}511)$

VZW von $+$ nach $-$ an der Stelle $x_1 = 0 \Rightarrow H(0|0)$

VZW von $-$ nach $+$ an der Stelle $x_3 \approx +1{,}838 \Rightarrow T(1{,}838 | \approx -2{,}077)$