

$$a) f(x) = x^2 - 6x + 11 ; f'(x) = 2x - 6$$

Notwendige Bedingung für Extrema: $f'(x) = 0$

$$\underline{2x - 6 = 0} \Rightarrow \underline{2x = 6} \Rightarrow \underline{x_E = 3}$$

$$f'(2) = 2 \cdot 2 - 6 = -2 < 0 \Rightarrow \text{für } x < 3 \text{ ist } f'(x) < 0$$

$$f'(4) = 2 \cdot 4 - 6 = +2 > 0 \Rightarrow \text{für } 3 < x \text{ ist } f'(x) > 0$$

} Hinreichende
Bedingung

\Rightarrow Vorzeichenwechsel (VZW) von - nach + \Rightarrow lokales
Minimum an der Stelle $x_E = 3$

Minimum oder Extremwert $f(3) = 3^2 - 6 \cdot 3 + 11 = 2$

Tiefpunkt T(3|2)

$$b) f(x) = 3x^2 - 2x + 1 , f'(x) = 6x - 2$$

Notwendige Bedingung für Extrema: $f'(x) = 0$

$$\underline{6x - 2 = 0} \Rightarrow \underline{6x = 2} \Rightarrow \underline{x_E = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}}$$

Hinreichende Bedingung für Extrema ist VZW von $f'(x)$
an der Stelle $x_E = \frac{1}{3}$

$$f'(0) = 6 \cdot 0 - 2 < 0 \Rightarrow f'(x) < 0 \text{ für } x < \frac{1}{3}$$

$$f'(1) = 6 \cdot 1 - 2 > 0 \Rightarrow f'(x) > 0 \text{ für } \frac{1}{3} < x$$

\Rightarrow VZW von - nach + an der Stelle $x_E = \frac{1}{3}$ \Rightarrow lokales Minimum

an der Stelle $x_E = \frac{1}{3} \Rightarrow$ T($\frac{1}{3} | f(\frac{1}{3})$) = ($\frac{1}{3} | \frac{2}{3}$)

$$c) f(x) = -2x^2 - 11x + 15 ; f'(x) = -4x - 11$$

Notw Bed $f'(x) = 0 = -4x - 11 \Rightarrow$ $x_E = -\frac{11}{4}$

Hinr. Bed. $f'(x) > 0$ für $x < -\frac{11}{4}$ }
 $f'(x) < 0$ für $-\frac{11}{4} < x$ } VZW vor + nach -
 \Rightarrow lokales Maximum
 an der Stelle $x_E = -\frac{11}{4}$

\Rightarrow H($-\frac{11}{4} | \frac{241}{8}$) = (-2,75 | 30,125)