S 53 Nr 4

g) $f(x) = \frac{1}{x} = x^{-1}$; $f'(x) = -1 \cdot x^{-2} = -\frac{1}{x^2}$; $D_{f;f'} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

$f'(x)$ hat keine Nullstelle im Definitionsbereich

$f'(x) = -\frac{1}{x^2} < 0$ für alle $x \in D_f$ $\Rightarrow$ f ist streng monoton fallen für $\mathbb{R} \setminus \{0\}$

---

h) $f(x) = \frac{1}{x} + x$; $f'(x) = -\frac{1}{x^2} + 1$; $D_{f;f'} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

$f'(x) = 0 \Rightarrow -\frac{1}{x^2} + 1 = 0 \Rightarrow \frac{1}{x^2} = 1 \mid \cdot x^2 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow \underline{x_{1,2} = \pm 1}$

Eine Funktion kann ihr Vorzeichen nur an den Nullstellen aber auch an den Definitionlücken ändern

$\Rightarrow$ Es müssen 4 Intervalle untersucht werden

$J_1 = (-\infty; -1]$; $J_2 = [-1; 0)$; $J_3 = (0; +1]$; $J_4 = [1; +\infty)$

$f'(-2) = -\frac{1}{(-2)^2} + 1 > 0 \Rightarrow$ f ist streng monoton wachsend im Intervall $J_1 = (-\infty; -1]$

$f'(-\frac{1}{2}) = -\frac{1}{(-\frac{1}{2})^2} + 1 = -4 + 1 < 0 \Rightarrow$ f ist streng monoton fallend im Intervall $J_2 = [-1; 0)$

$f'(+\frac{1}{2}) = -\frac{1}{(\frac{1}{2})^2} + 1 = -4 + 1 < 0 \Rightarrow$ f ist streng monton fallend im Intervall $J_3 = (0; 1]$

$f'(2) = -\frac{1}{2^2} + 1 > 0 \Rightarrow$ f ist streng monoton steigend im Intervall $J_4 = [1; +\infty)$