S 24 Nr. 7

a) Das Ergebnis aus Aufgabe 6) kann verwendet werden

$f(x) = x^3$ aus Aufgabe 6) folgt $f'(x_0) = 3x_0^2 \Rightarrow f'(2) = 3 \cdot 4 = 12$

b) $f(x) = -x^3$ $\quad f(x) = \frac{1}{3}x^3$ kann durch folgenden Term verallgemeinert werden $f(x) = a \cdot x^3$

$$m_{x_0}(h) = \frac{a \cdot (x_0+h)^3 - a\,x_0^3}{h} = \frac{a \cdot (x_0+h)(x_0+h)^2 - a\,x_0^3}{h}$$

$$m_{x_0}(h) = \frac{a(x_0+h) \cdot (x_0^2 + 2x_0h + h^2) - a\,x_0^3}{h}$$

$$m_{x_0}(h) = \frac{a \cdot (x_0^3 + 2x_0^2h + x_0h^2 + x_0^2h + 2x_0h^2 + h^3) - a\,x_0^3}{h}$$

$$m_{x_0}(h) = \frac{a \cdot [\cancel{x_0^3} + 3x_0^2h + 3x_0h^2 + h^3 - \cancel{x_0^3}]}{h}$$

a wurde ausgeklammert. Und in der Klammer zusammen gefasst

h wird aus der [ ] ausgeklammert

$$m_{x_0}(h) = \frac{a \cdot \cancel{h} \cdot [3x_0^2 + 3x_0h + h^2]}{\cancel{h}} = a \cdot [3x_0^2 + 3x_0h + h^2]$$

$$\lim_{h \to 0} m_{x_0}(h) = \lim_{h \to 0} a \cdot [3x_0^2 + \underbrace{3x_0h}_{\to 0} + \underbrace{h^2}_{\to 0}] = a \cdot 3 \cdot x_0^2 = f'(x_0)$$

für $h \to 0$

$\Rightarrow$ für $f(x) = \underbrace{(-1)}_{=a} \cdot x^3 \Rightarrow f'(x_0) = \underbrace{(-1)}_{=a} \cdot 3 \cdot x_0^2 \Rightarrow f'(1) = (-1) \cdot 3 \cdot 1 =$

$f'(1) = -3$

---

für $f(x) = \underbrace{\frac{1}{3}}_{=a} \cdot x^3 \Rightarrow f'(x_0) = \underbrace{\frac{1}{3}}_{=a} \cdot 3 \cdot x_0^2 \Rightarrow f'(1) = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 1^2 = 1$