S 23 Nr. 4

a) $f(x) = -x^2$ $\qquad B(\underset{x_0}{2} \mid \underset{f(x_0)}{f(2)}) = (2 \mid -4)$

Bestimme die Steigung an der Stelle $x_0 = 2$

$$m_2(h) = \frac{-(2+h)^2 - \{-2^2\}}{h} = \frac{-(4+4h+h^2)+4}{h} = \frac{\cancel{-4}-4h-h^2\cancel{+4}}{h}$$

$$m_2(h) = \frac{\cancel{h}\cdot(-4-h)}{\cancel{h}} = -4-h \Rightarrow \lim_{h\to 0}(m_2(h)) = \lim_{h\to 0}(-4-h) = \underline{\underline{-4}}$$

$\underline{\underline{f'(2) = -4}}$ ist die Steigung der Tangente an das Schaubild von f an der Stelle $x_0 = 2$

Bestimmung der Tangentengleichung $t(x) = f'(x_0) \cdot x + c$

Der Berührpunkt $B(2 \mid f(2))$ liegt auf der Tangente

$\Rightarrow \underline{f(2)} = f'(2) \cdot 2 + c \Rightarrow \underline{-(2)^2} = -4 \cdot 2 + c \Rightarrow \underline{\underline{c = 4}}$

$\Rightarrow$ Tangentengleichung $\underline{\underline{t(x) = -4 \cdot x + 4}}$

Schnitt der Tangente mit der x-Achse:

$\Rightarrow t(x) = 0 \Rightarrow 0 = -4 \cdot x + 4 \Rightarrow 4x = 4 \Rightarrow \underline{x_s = 1}$

Schnittpunkt der Tangente mit x-Achse $\underline{\underline{S(1 \mid 0)}}$

---

b) $f(x) = 2x^2 - x$, $\qquad B(-3 \mid f(-3)) = (-3 \mid 21)$

Bestimmung der Steigung an der Stelle $x_0 = -3$

$$m_{-3}(h) = \frac{2(-3+h)^2 - (-3+h) - \{2 \cdot (-3)^2 - (-3)\}}{h} =$$

$$m_{-3}(h) = \frac{2 \cdot (9-6h+h^2) + 3 - h - \{18+3\}}{h} = \frac{\cancel{18} - 12h + 2h^2 \cancel{+3} - h \cancel{-18} \cancel{-3}}{h}$$

$$m_{-3}(h) = \frac{\cancel{h} \cdot (-13+2h)}{\cancel{h}} \Rightarrow \lim_{h\to 0} m_{-3}(h) = \lim_{h\to 0}(-13+2h) = \underline{\underline{-13 = f'(-3)}}$$

Tangentensteigung

$\Rightarrow t(x) = f'(-3) \cdot x + c$ Punkt B einsetzen $\Rightarrow$

$21 = -13 \cdot (-3) + c \Rightarrow c = -18 \Rightarrow \underline{\underline{t(x) = -13x - 18}}$ Tangentengleichung

Schnitt der Tangente mit x-Achse:

$\Rightarrow t(x) = 0 \Rightarrow 0 = -13 \cdot x - 18 \Rightarrow \underline{\underline{x_s = -\frac{18}{13}}} \Rightarrow \underline{\underline{S(-\frac{18}{13} \mid 0)}}$

---

c) $t(x) = -8x + 19$; $x_s = \frac{19}{8}$ $\qquad$ d) $t(x) = -5x + 3$; $x_s = \frac{3}{5}$