S 111 Nr 9

a) $f_t(x) = 2x^3 - tx^2 + 8x$

Nullstellen $2x^3 - tx^2 + 8x = 0 = x(2x^2 - tx + 8) \Rightarrow x_1 = 0$

weitere Nullstellen $2x^2 - tx + 8 = 0$

$$x_{2,3} = \frac{t \pm \sqrt{t^2 - 4 \cdot 2 \cdot 8}}{4} = \frac{t \pm \sqrt{t^2 - 64}}{4}$$

Es gibt nur dann weitere Lösungen wenn $t^2 - 64 \geq 0$ ist

$\Rightarrow t^2 \geq 64 \Rightarrow |t| \geq 8 \Rightarrow t \leq -8 \lor +8 \leq t$

Für $t = 2$ gibt es nur die Nullstelle $x_1 = 0$

Für $t = 10 \Rightarrow x_{2,3} = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 64}}{4} = \frac{10 \pm 6}{4} \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = 0}}$, $\underline{\underline{x_2 = 4}}$, $\underline{\underline{x_3 = 1}}$

Für $t = -10 \Rightarrow x_{2,3} = \frac{-10 \pm \sqrt{100 - 64}}{4} = \frac{-10 \pm 6}{4} \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = 0}}$, $\underline{\underline{x_2 = -1}}$, $\underline{\underline{x_3 = -4}}$

---

b) Für $\underline{\underline{t < -8 \lor +8 < t}}$ ist die Diskriminante > 0

$\Rightarrow$ Es gibt <u>3 Lösungen</u>. Siehe a)

---

c) Damit Nullstelle 2 als <u>einzige</u> weitere Nullstelle erreicht wird, muss <u>Diskriminante 0</u> sein. $\Rightarrow t = 8$

$$\Rightarrow x_2 = \frac{8 \pm \sqrt{8^2 - 64}}{4} = 2$$

oder Polynomdivision darf keinen Rest haben

$$2x^2 - tx + 8 = (x - 2)\,(2x + (4 - t))$$
$$\frac{-(2x^2 - 4x)}{(4-t)x + 8}$$
$$\frac{-((4-t)x - 8 + 2t)}{16 - 2t}$$

Rest muss 0 sein $\Rightarrow 2t = 16 \Rightarrow \underline{\underline{t = 8}}$